

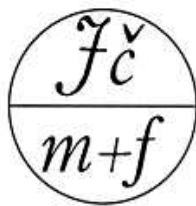
Komise pro vzdělávání učitelů matematiky a fyziky JČMF

MATEMATIKA, FYZIKA A ŠKOLSTVÍ

Sborník

z XIII. semináře o filosofických otázkách
matematiky a fyziky

Editoři: A. Trojánek, J. Novotný
Velké Meziříčí, srpen 2006



VELKÉ MEZIŘÍČÍ
2008

© 2008, Komise pro vzdělávání učitelů matematiky a fyziky JČMF

Autoři článků © 2008, J. Bečvář, P. Cejnar, D. Hrubý, P. Piřha,
J. Podolský, J. Novotný, I. Saxl, A. Trojánek

Editoři © 2008, A. Trojánek, J. Novotný

Pořadové číslo NMU-3/08-02/58

ISBN 978-80-210-4656-6

Předmluva

Předkládáme čtenářům sborník z XIII. semináře o filosofických otázkách matematiky a fyziky, který se konal ve dnech 21. – 24. srpna 2006 ve Velkém Meziříčí. Jsou v něm otištěny texty těch přednášek, které nám jejich autoři poskytli.¹ Celkový přehled o všech přednáškách a doprovodných akcích si je možno udělat ze zprávy o semináři, kterou jsme zařadili hned za obsah.

Protože účastníky semináře jsou převážně učitelé středních a vysokých škol, zařadili jsme do sborníku poměrně rozsáhlou část věnovanou aktuálním otázkám školství.² Jedná se o příspěvky J. Bečváře a P. Piňhy, které byly předneseny či publikovány v letech 2006 – 2008 a které poměrně kriticky reagují na školské dokumenty (RVP, ŠVP ...) i na některé jevy a tendence v našich školách. Texty J. Bečváře jsou zařazeny v chronologickém pořadí a jsou doplněny autorskými poznámkami. Uveřejňujeme je (mimo jiné) i jako dobové svědectví tradičního zájmu členů JČMF o kvalitu výuky nejen matematiky a fyziky.³

Tradičně na závěr jsme připojili přehled populárně vědecké matematické a fyzikální literatury, která vyšla česky nebo slovensky v poslední době, tentokrát doplněný o postrecenze dvou populárních knížek o kvantové fyzice.

Snahou editorů bylo předložit svébytnou publikaci, ve které mohou najít zajímavé a poučné články nejen účastníci semináře, ale i další zájemci, zejména z řad učitelů matematiky a fyziky. Ať vám alespoň některé texty přinesou nové informace, poučení a radost z poznání.

Děkuji autorům příspěvků a všem dalším spolupracovníkům, kteří se podíleli na vzniku sborníku. Zvláštní poděkování patří Mgr. Renatě

¹Obsáhlý text B. Švandové *Gödelova nerozhodnutelná věta a Möbiova páska*, který volně navazuje na příspěvek J. Novotného *Gödel a problém času*, ale který nebyl na semináři přednesen, zařazujeme na doporučení recenzenta v původní podobě na www stránky semináře.

²Tomu odpovídá i podtitul sborníku.

³Připomeňme např. reformní snahy Jednoty z 20. let 20. století či aktivity Jednoty v oblasti školství při změně společenských podmínek v 90. letech 20. století.

Chytkové za obětavé zhotovení sazby, doc. RNDr. Jindřichu Bečvářovi, CSc., a doc. RNDr. Eduardu Fuchsovi, CSc., za cenné konzultace při sestavování sborníku a dále pak představitelům níže uvedených organizací, které finančně podpořily jeho vydání.

Sborník vychází v Nakladatelství Masarykovy univerzity díky pochoopení PhDr. Aleny Mizerové, ředitelky tohoto pracoviště.

Aleš Trojánek

Velké Meziříčí, červenec 2008

TDS Brno
www.tdsbrnosms.cz

Restaurant Na Obecníku
Velké Meziříčí

Gremis Velké Meziříčí
stavební a obchodní společnost spol. s r. o.
www.gremis.cz

Jednota českých matematiků
a fyziků
www.jcmf.cz

Obsah

Předmluva	iii
Obsah	v
Aleš Trojánek: <i>XIII. seminář o filosofických otázkách matematiky a fyziky</i>	1
Pavel Cejnar: <i>Symetrie v mikrosvětě</i>	4
Jiří Podolský: <i>Hrabě Buquoy a jeho úlohy</i>	22
Jan Novotný: <i>Kurt Gödel a problém času</i>	36
Ivan Saxl: <i>Statistika v živém těle</i>	44
Dag Hrubý: <i>Výuka diferenciálního a integrálního počtu na gymnáziích 1900-2000</i>	78
Jindřich Bečvář: <i>Matematika, vzdělanost a vzdělávání</i>	101
Jindřich Bečvář: <i>Všem, jejichž hlas je slyšet</i>	120
Jindřich Bečvář: <i>Naše žhavá současnost</i>	122
Jindřich Bečvář: <i>Nondum omnium dierum sol occidit</i>	148
Petr Piřha: <i>Velká iluze českého školství</i>	156
Aleš Trojánek: <i>Polkinghorne J.: Kvantová teorie. Průvodce pro každého. Dokořán, Praha 2007. Přeložil Pavel Cejnar.</i>	168
Aleš Trojánek: <i>Gilmore R.: Alenka v říši kvant. Alegorie kvantové fyziky. Paseka. Edice Fénix, Praha a Litomyšl 2007. Přeložil Jiří Langer.</i>	171
Aleš Trojánek: <i>Doporučená literatura</i>	174

XIII. SEMINÁŘ O FILOSOFICKÝCH OTÁZKÁCH MATEMATIKY A FYZIKY¹

ALEŠ TROJÁNEK

Ve dnech 21. – 24. srpna 2006 se konal na Gymnáziu Velké Meziříčí XIII. seminář o filosofických otázkách matematiky a fyziky. Tento seminář navazoval na tradici pořádání prázdninových akcí, která vznikla začátkem 80. let minulého století jako akce JČSMF určené zejména středoškolských učitelům M a F. Autor této zprávy se pravidelně zúčastňoval těchto seminářů a rád dosvědčí, že pro něj i pro mnoho dalších středoškolských kolegů byla tato „prázdninová soustředění“ vítaným a naprosto ojedinělým zpestřením prázdninových dní. Hlavní organizátoři (Martin Černohorský, Josef Janás, Marie Fojtíková) připravovali výběrem přednášejících a propracovanou „seminární technologii“ všem účastníkům na svou dobu výjimečné možnosti poznávání nejen filosofických otázek matematiky a fyziky. Účastníci dostávali ve velkém časovém předstihu předseminární materiály, které obsahovaly kromě základních organizačních informací stručné (někdy i velmi obsáhlé) anotace příspěvků.

Od roku 1992 organizuje tyto semináře Komise pro vzdělávání učitelů M a F při JČMF, konají se pravidelně ve dvouletých cyklech a kromě předseminární brožury se daří (zatím) vydávat i sborníky. Od roku 1993 se také ve dvouletých cyklech pořádají v Jevíčku letní školy z historie matematiky. Obou akcí se kromě středoškolských učitelů zúčastňují i vysokoškolští učitelé a doktorandi.

Tematika seminářů je trochu různorodější než napovídá (historicky daný) název. Příspěvky se týkají filosofických a historických aspektů našich oborů, pokroků v nich a školské problematiky. Konkrétní přehled příspěvků z posledního semináře je následující: Jaromír Šimša: *Happyendová úloha z kombinatorické geometrie*, Jiří Langer: *Racionalismus a empirismus ve fyzikálním poznání*, Tomáš Tyc: *Zajímavá fyzika – originální a zajímavé pokusy s vysvětlením*, Tomáš Tyc: *Sdí-*

¹Článek je bez úprav přetištěn z Československého časopisu pro fyziku **56** (2006), 410.

lení kvantového tajemství, Pavel Krtouš: *EPR paradox pro pěšáky*, Dag Hrubý: *O výuce infinitezimálního počtu na gymnáziu*, Richard von Unge: *Teorie superstrun*, Monika Kováčová: *Ako efektivně využívat software Matematica na středních školách*, Pavel Cejnar: *Symetrie v mikrosvětě*, Jiří Podolský: *Hrabě Buquoy a jeho úlohy*, Jan Novotný: *Kurt Gödel a problém času*, Ivan Saxl: *Statistika v živých tělech*, panelová diskuse: *Rámcové a školní vzdělávací programy – možnosti či hrozby*.

Součástí semináře byly i večerní diskuse ve velkomezeříčských podnicích a též společenský večer, na kterém vystupovali tradiční účastníci: Jiří Langer, Dag Hrubý, Jindřich Bečvář, ... Poděkování za zdařilý seminář patří hlavně přednášejícím, kteří zajímavá a aktuální témata pěkně přednesli.

Jak již bylo řečeno, součástí seminárních materiálů je sborník s příspěvky z toho minulého. Snahou editorů je připravit ho tak, aby byl autonomní publikací zajímavou nejen pro účastníky. Titulní stranu přetiskuje spolu s informací, že na adrese autora tohoto příspěvku si ho mohou případní zájemci objednat. Jeho elektronická verze je vystavena na stránkách www.gvm.cz.



Obr. 1: Doc. Mgr. Tomáš Tyc, Ph.D, při přednášce Zajímavá fyzika



Obr. 2: Titulní strana sborníku přednášek z roku 2004.

SYMETRIE V MIKROSVĚTĚ

PAVEL CEJNAR

Nejnepochopitelnější věcí na světě je, že svět je pochopitelný.

Albert Einstein

*Dokud nepřestaneš stoupat, nepřestanou ani schody,
rostou do výše pod tvýma stoupajícíma nohama.*

Franz Kafka

Symetrie a fyzika

Hlavní myšlenka tohoto příspěvku se dá zhruba shrnout do následující zrcadlové dvojice tvrzení:

Příroda vytváří symetrie – symetrie tvoří přírodu.

O pravdivosti první věty asi nemusím nikoho přesvědčovat – stačí se podívat na geometrickou krásu květů nebo sněhových vloček. Bude nás zajímat spíše druhá část tvrzení, která symetrii povyšuje na základní princip přírody. Nejde o přehánění. Podle současných představ jsou totiž všechny fyzikální zákony jen *důsledkem* jistých symetrií kladených na základní fyzikální rovnice.

Co vlastně slovo symetrie znamená? Výstižnou definici podal německý fyzik a matematik Hermann Weyl, jeden z prvních propagátorů fundamentální role symetrií ve fyzice [1]:



A thing is symmetrical if there is something you can do to it so that after you have finished doing it it looks the same as before.

(Tuto větu je škoda kazit překladem, ale budiž: „Věc je symetrická, pokud se s ní dá udělat něco takového, že i po dokončení toho udělání vypadá stejně jako předtím.“)

Poněkud akademičtěji vyjádřeno: symetrie je neměnnost (invariance) formy daného objektu při nějaké transformaci. Nemusí přitom nutně jít o geometrickou formu objektu a pod transformací si nemusíme představovat jen prostorovou transformaci jako otočení či zrcadlení. V moderním pojetí se symetrie mohou týkat také libovolných matematických rovnic (např. těch, které vyjadřují fyzikální zákony), přičemž transformace představují různé více či méně abstraktní operace týkající se jednotlivých elementů či celkové formy těchto rovnic. Jestliže tvar dané rovnice zůstane po provedení příslušné operace stejný, jak požaduje Weylova definice, jedná se o symetrii [2].

Matematickým jazykem symetrie je *teorie grup* [3]. Tato disciplína je jedním z nejpregnantnějších příkladů „nepochopitelné účinnosti matematiky“ v přírodních vědách. Její základy byly postupně pokládány od 18. do začátku 20. století, ale teprve moderní fyzika docenila fundamentální roli teorie grup v přírodě. Zhruba řečeno, grupa je množina prvků (budeme si pod nimi představovat transformace), která je uzavřená vzhledem k vhodně definované operaci násobení (tou rozumíme skládání transformací). To znamená, že (i) jsou-li g_1 a g_2 dva prvky grupy $\mathcal{G}$, pak také součin $g_2 \cdot g_1 \equiv g_3$ (složená transformace „ g_1 následované g_2 “) je prvkem $\mathcal{G}$. Kromě toho se požaduje (ii) asociativita, $(g_3 \cdot g_2) \cdot g_1 = g_3 \cdot (g_2 \cdot g_1)$, (iii) existence jednotkového elementu, $\exists! \mathbf{1} \in \mathcal{G} : (\forall \mathbf{g} \in \mathcal{G} : \mathbf{g} \cdot \mathbf{1} = \mathbf{1} \cdot \mathbf{g} = \mathbf{g})$, a (iv) existence inverzních elementů, $\forall g \in \mathcal{G} \exists! g^{-1} \in \mathcal{G} : (g^{-1} \cdot g = g \cdot g^{-1} = \mathbf{1})$. Komutativita *není* obecným axiomem grupy (grupa, která ji náhodou splňuje, se nazývá abelovská), což má ve fyzice velmi důležité důsledky.

Jednoduchým příkladem grupy je třeba cyklická grupa Z_k , popisující symetrii k -úhelníku, kde $k = 3, 4, \dots$. Tato grupa (při zvoleném způsobu interpretace) obsahuje rotace o libovolný kladný celočíselný násobek úhlu $\phi = 2\pi/k$ (modulo 2π), přičemž grupové násobení znamená prosté řetězení jednotlivých rotací. Ověřit splnění všech definičních vlastností grupy, včetně identifikace jednotkového a inverzních prvků, je v tomto případě víc než snadné. Pro libovolné konečné k se jedná o diskrétní, konečnou grupu o k prvcích.

Diskrétní grupy se na obecné úrovni používají např. k popisu symetrií krystalů. Grupa symetrie kruhu je naopak nejjednodušším příkladem spojitě (Lieovy) grupy s nekonečným počtem elementů.¹ Lieovy

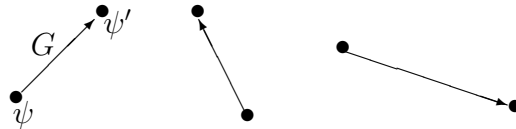
¹Tato grupa se zjevně podobá limitě Z_k pro $k \rightarrow \infty$, ovšem s tím rozdílem, že spočetné nekonečno je nahrazeno nekonečnem spojitým.

grupy se v obecném případě dají charakterizovat pomocí n spojitých parametrů $\phi_1, \dots, \phi_n$. V případě kruhu, kdy $n = 1$ (jediným parametrem je úhel rotace), se jedná o grupu označovanou jako $O(2)$, tedy grupu dvourozměrných ortogonálních matic, která je izomorfní s unitární grupou $U(1)$ rotací komplexní roviny (násobení číslem $e^{i\phi}$).

V rovinném případě jsou všechny výše popsané rotační grupy Z_k a $O(2)$ abelovské, tj. jejich elementy vzájemně komutují. Ve tří- či vícerozměrném prostoru však rotace kolem jednotlivých os nekomutují, o čemž se pro grupu $O(3)$ třírozměrných rotací ($n = 3$) dá snadno přesvědčit jednoduchým pokusem: provedete-li dvě rotace, označme je jako R_1 a R_2 , nějakého (ne zcela symetrického) objektu kolem dvou různých prostorových os v opačném pořadí, výsledek obecně nebude týž. Tedy $R_2 \cdot R_1 \neq R_1 \cdot R_2$. Tato jednoduchá skutečnost, vyplývající z fundamentálních vlastností prostoru, je příčinou relativní složitosti matematického popisu rotačního pohybu jak v klasické, tak v kvantové fyzice (ve srovnání např. s popisem translačního pohybu, který je reprezentován abelovskou grupou). Existují úvahy o tom, že neabelovská povaha základních symetrií přírody souvisí se základy kvantové mechaniky, podle níž nekomutující veličiny podléhají relacím neurčitosti [4].

Symetrie v kvantové mechanice

Prvky grupy lze vždy realizovat jako operátory v nějakém vektorovém prostoru, tj. jako vhodná zobrazení tohoto prostoru na sebe:



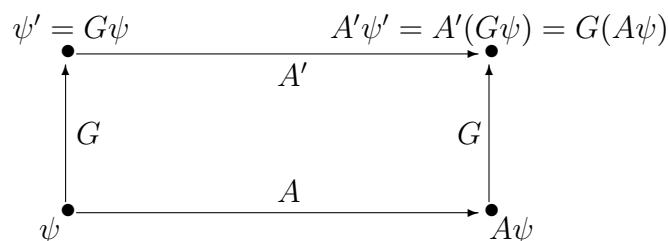
(tečky představují jednotlivé vektory a šipky operátory). Tím se přirozeně dostáváme na půdu kvantové teorie [2, 5], protože matematickým prostorem reprezentujícím stavy fyzikálních objektů² (zkráceně: stavovým prostorem) je v kvantovém případě tzv. Hilbertův prostor, tj. vektorový prostor splňující jisté dodatečné vlastnosti.³ Zatímco tedy

²Pod pojmem stav rozumíme nejúplnější charakteristiku fyzikálních vlastností systému.

³Vektorový charakter kvantového stavového prostoru zaručuje splnění principu superpozice, klíčového postulátu kvantové mechaniky, podle něhož libovolná li-

jednotlivé vektory ψ tohoto prostoru odpovídají možným stavům popísaného fyzikálního systému, grupová operace g je realizována transformací $\psi \rightarrow \psi' \equiv G\psi$, kde G je operátor přiřazený elementu g . Pod touto transformací si budeme představovat změnu stavových vektorů při přechodu od vztažné soustavy S k soustavě $S' \equiv gS$ (tj. k soustavě lišící se od S právě příslušnou grupovou operací g , např. natočením či posunem v obyčejném prostoru).

V kvantové teorii jsou ovšem pomocí operátorů vyjádřeny i pozorovatelné veličiny. Uvažujme veličinu A spojenou se stejnojmenným operátorem. Transformace této veličiny, resp. jejího operátoru, při přechodu od soustavy S k S' se dá vyjádřit pomocí následujícího schématu:



Zde čárkované objekty ψ' a A' (v horní části obrázku) představují stavový vektor a operátor „viděné“ ze soustavy S' a naopak dolní část obrázku zobrazuje ψ a A v soustavě S . Z obrázku plyne, že $A'\psi' = GA\psi = GAG^{-1}\psi'$, tedy

$$A' = GAG^{-1} , \quad (1)$$

kde G^{-1} označuje inverzní operátor. Představme si to tak, že cesta z ψ' do $A'\psi'$ se dá realizovat oklikou přes body ψ a $A\psi$, k čemuž je ovšem nejprve zapotřebí obrátit směr levé šipky G .

Kdy je systém vůči transformacím grupy $\mathcal{G}$ invariantní? Z fyzikálního hlediska nejdůležitější operátor je tzv. hamiltonián, který odpovídá celkové energii systému. Hamiltonián H určuje dynamiku stavového vektoru ψ_t v čase t prostřednictvím evoluční rovnice

$$\psi_t = \underbrace{e^{-iHt/\hbar}}_{U_t} \psi_0 \quad \Leftrightarrow \quad i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_t = H\psi_t , \quad (2)$$

neární kombinace dvou nebo více stavů opět reprezentuje možný stav systému. Z dodatečných vlastností je nejpodstatnější existence skalárního součinu, pomocí něhož se vyjadřují kvantové amplitudy pravděpodobnosti.

kde $\hbar$ je Planckova konstanta (rovnice na pravé straně ekvivalence je časová Schrödingerova rovnice). „Invariance systému“ vůči dané grupě transformací znamená, že hamiltonián zůstává při operacích patřících do $\mathcal{G}$ beze změny, tj. $H' = H$. To je fyzikální definice symetrie vzhledem ke $\mathcal{G}$. Odtud a z rovnice (1) plyne, že v tom případě musí platit

$$H = GHG^{-1} \quad \Leftrightarrow \quad HG - GH \equiv [H, G] = 0. \quad (3)$$

Symetrie vůči grupě $\mathcal{G}$ tedy vyžaduje, aby hamiltonián komutoval se všemi operátory odpovídajícími prvkům grupy.

Nulovost komutátoru v rovnici (3) má následující fyzikálně závažný důsledek: je-li h povolená energie kvantového systému a ψ odpovídající stavový vektor, tj. je-li splněna stacionární Schrödingerova rovnice $H\psi = h\psi$ (rovnice pro vlastní čísla a vlastní vektory operátoru H), pak $\psi' = G\psi$ je také vlastním vektorem operátoru H *se stejným vlastním číslem h* . To znamená, že energetické spektrum je degenerované – stejné energii odpovídá několik možných vlastních stavů. Ve skutečnosti je těchto stavů nekonečně mnoho a dokonce tvoří lineární podprostor stavového Hilbertova prostoru, neboť je-li splněno $H\psi = h\psi$ a zároveň $H\psi' = h\psi'$, pak také pro $\psi'' = \alpha\psi + \alpha'\psi'$ (kde α, α' jsou libovolné koeficienty) platí $H\psi'' = h\psi''$. Symetrie implikuje mnohačetnou degeneraci energetických hladin.⁴

Pro každou grupu existuje jistá minimální, tzv. ireducibilní (tedy „neredukovatelná“) reprezentace pomocí vektorového prostoru. V případě, že grupa $\mathcal{G}$ představuje grupu symetrie daného fyzikálního systému, ireducibilní reprezentace se realizují na podprostorech stavového Hilbertova prostoru, které odpovídají degenerovaným vlastním číslům h . Známe-li libovolný ze stavových vektorů patřících do daného podprostoru degenerace, např. vektor ψ_0 , pak působením všech operátorů G odpovídajících prvkům grupy $\mathcal{G}$ na tento vektor postupně vygenerujeme celý degenerační podprostor. Operátory G však nikdy nespojují vektory ležící v různých degeneračních podprostorech, takové působení by bylo ve sporu s rovnicí (3).

Existuje přístup, jenž na *celý* stavový Hilbertův prostor obecného systému pohlíží jako na prostor ireducibilní reprezentace nějaké dostatečně velké grupy $\bar{\mathcal{G}}$. Tato grupa se nazývá dynamická grupa, protože z jediného stavového vektoru ψ_0 je schopna vygenerovat *všechny* dynamicky přípustné stavy systému. Případné grupy symetrie systému

⁴Stupeň degenerace dané hladiny je určen dimenzí degeneračního podprostoru.

jsou podgrupami dynamické grupy, $\overline{\mathcal{G}} \supset \mathcal{G}$, a různé ireducibilní reprezentace $\mathcal{G}$ představují ekvivalentní možnosti kvantového popisu. Algebraické metody založené na dynamických grupách našly četné aplikace v molekulové, jaderné i částicové fyzice [7, 8]. Ambicióznější přístup se snaží pomocí dynamických grup zformulovat celou kvantovou fyziku [9]. Je-li to skutečně možné, pak symetrie představují vskutku nejuniverzálnější jazyk přírody.

Teorém Noetherové

V roce 1915 dokázala německá matematička Emmy Noether slavný teorém [6], který se stal jedním z nejdůležitějších pilířů moderního pojetí fyziky. Jeho obsah se dá vyjádřit zhruba takto:



Je-li daný fyzikální systém symetrický vzhledem k nějaké Lieově grupě o n spojitých parametrech, pak tento systém vykazuje zachování n nezávislých fyzikálních veličin.

Zákony zachování, určitě jeden z nejdůležitějších typů fyzikálních tvrzení, se tak dostávají do přímé souvislosti s konceptem symetrie.

Platnost teorému Noetherové můžeme snadno dokázat v rámci kvantové mechaniky. Myšlenku důkazu zde pouze načrtne. Ze symetrie systému vůči operacím nějaké Lieovy grupy $\mathcal{G}$ vyplývá, že existuje alespoň jedna veličina (obecně jich je n), jejíž operátor A komutuje s hamiltoniánem,⁵ tedy $[H, A] = 0$. Jak hamiltonián H , tak operátor A se dají vyjádřit ve tvaru tzv. spektrálního rozkladu: $H = \sum_h h P_h$ a $A = \sum_a a P_a$, kde obě sumy běží přes všechny vlastní hodnoty příslušného operátoru a $P_\bullet$ představují projekční operátory na příslušné vlastní podprostory. Dá se ukázat, že vlastnost $[H, A] = 0$ je ekvivalentní podmínce $[P_h, P_a] = 0$ pro všechny vlastní hodnoty h a a .

⁵Grupové operace se ve stavovém Hilbertově prostoru dají vyjádřit pomocí unitárních operátorů obecného tvaru $G = \exp(-i \sum_{j=1}^n A_j \phi_j)$, kde ϕ_j jsou spojitě parametry a A_j hermiteovské operátory, které reprezentují v principu pozorovatelné veličiny.

Předpokládejme, že systém se v čase $t = 0$ nachází ve stavu popsaném vektorem ψ_0 . Pravděpodobnostní rozdělení pro naměření jednotlivých možných hodnot a veličiny A se získá ze skalárního součinu⁶ $p_0(a) = (\psi_0, P_a \psi_0)$. Obdobné pravděpodobnostní rozdělení v libovolném čase t je pak dáno rovnicí

$$\begin{aligned} p_t(a) &= (\psi_t, P_a \psi_t) = (U_t \psi_0, P_a U_t \psi_0) = (e^{-iHt/\hbar} \psi_0, P_a e^{-iHt/\hbar} \psi_0) \quad (4) \\ &= (\psi_0, \underbrace{e^{+iHt/\hbar} P_a e^{-iHt/\hbar}}_{P_a} \psi_0) = p_0(a) . \end{aligned}$$

Zde jsme v prvním řádku využili evoluční rovnice (2), v druhém relací $(U\psi, \psi') = (\psi, U^\dagger \psi')$ a nakonec $[P_h, P_a] = 0$. Tím jsme dokázali, že pravděpodobnostní rozdělení veličiny A se s časem nemění – veličina A se tedy zachovává.⁷ Zdůrazněme, že teorém Noetherové platí také v klasické mechanice a v klasické i kvantové teorii pole.

Zde jsou nejdůležitější časoprostorové symetrie a jim odpovídající zákony zachování:

(a)	homogenita prostoru (invariance vůči posunutí)	$\Leftrightarrow$	zachování hybnosti ($n = 3$)
(b)	izotropie prostoru (invariance vůči rotacím)	$\Leftrightarrow$	zach. momentu hybnosti ($n = 3$)
(c)	homogenita času (invariance vůči posunu času)	$\Leftrightarrow$	zachování energie ($n = 1$)

Bez nadsázky se dá říci, že pravá strana této tabulky tvoří jakési fyzikální trivium – základ všeobecné fyziky. Teorém Noetherové ukazuje, že rovnocenný – a možná hlubší – základ představují příslušné symetrie na straně levé. Jejich splnění je na každé fyzikální teorii *a priori* požadováno. To znamená, že (i) fundamentální interakce mezi částicemi mohou záviset nikoliv na absolutních, ale jen na relativních souřadnicích, tj. na rozdílech $(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)$, kde indexy i, j číslovají jednotlivé částice, že (ii) výraz pro celkovou energii (hamiltonián) musí být

⁶Pro skalární součin vektorů ψ a ψ' zde používáme symbol (ψ, ψ') , přičemž platí $(A\psi, \psi') = (\psi, A^\dagger \psi')$, kde $A, A^\dagger$ je libovolná dvojice hermiteovsky sdružených operátorů.

⁷Provedeme-li v čase $t = 0$ měření veličiny A s výsledkem a , pravděpodobnostní rozdělení $p_0(a)$ zkolabuje do naměřené hodnoty, takže – s ohledem k rovnici (4) – výsledek měření A v libovolném čase $t > 0$ již vždy musí dát stejnou hodnotu.

rotační skalár a že (iii) hamiltonián nesmí explicitně záviset na čase.⁸

Často opakovanou otázkou je, zda z invariance přírody vůči Lorentzově transformaci vyplývají nějaké další zákony zachování. Lorentzova transformace zprostředkuje přechod mezi různými pohybujícími se inerciálními soustavami v rámci speciální teorie relativity.⁹ Tyto transformace společně s rotacemi tvoří tzv. Lorentzovu grupu ($n = 6$). Zahrneme-li sem i prostorové a časové translace, dostaneme tzv. grupu Poincarého ($n = 10$). Symetrie popsaná touto obecnou grupou tedy vede i k zákonům zachování již zahrnutým ve výše uvedené tabulce. Symetrie vůči samotným transformacím mezi inerciálními soustavami jsou poněkud složitější, protože tyto transformace explicitně závisejí na čase. Proto negenerují zákon zachování v obvyklém smyslu, ale rovnici popisující pohyb těžiště relativistické soustavy částic (ve speciálním případě, kdy se hmotnost soustavy nemění, z nich tedy vyplývá zákon zachování rychlosti těžiště).

Potíže se zrcadlením

Pod pojmem zrcadlení rozumíme transformaci, jejíž grupa obsahuje pouze dva prvky – vlastní operaci zrcadlení, P , a jednotkový element, $\mathbf{1}$ (jedná se o cyklickou grupu Z_2). Platí $P^2 = \mathbf{1}$. Za operací P si můžeme dosadit skutečné zrcadlení prostorových os, ale také různé jiné operace splňující výše popsané vlastnosti, viz následující tabulku:

P	inverze prostoru: $\mathbf{x} \rightarrow -\mathbf{x}$
T	inverze času: $t \rightarrow -t$
C	nábojové sdružení: částice $\rightarrow$ antičástice

Zde operace T a C představují zobecněné typy zrcadlení (obrácení chodu hodin a přechod od hmoty k antihmotě), a stejně tak různé kombinace, jako např. CP (současná prostorová a nábojová inverze) atd.

Přestože zrcadlení netvoří spojitou grupu (takže se na něj nevztahuje teorém Noetherové), v některých případech existuje zachovávající

⁸Operátor reprezentující v kvantovém Hilbertově prostoru grupovou operaci posunu času o hodnotu t (tím rozumíme současnou změnu nastavení všech hodin) je „starý známý“ evoluční operátor U_t v levé části relace (2).

⁹V češtině pro tyto transformace bohužel nemáme stručný termín, analogický v angličtině používanému slovu *boosts*.

se veličina odpovídající invarianci systému vůči danému typu zrcadlení. Např. pro prostorové zrcadlení P je zachovávající se veličinou prostorová parita, vyjádřená přímo operátorem P . Uvažme vlastní stav parity, ψ , splňující relaci $P\psi = \pi\psi$, kde π je vlastní číslo. Ze vztahu $P^2\psi = \pi^2\psi = \mathbf{1}\psi = \psi$ okamžitě dostáváme $\pi^2 = 1$ a tedy $\pi = \pm 1$. Hodota $\pi = +1$ (-1) odpovídá sudým (lichým) prostorovým vlnovým funkcím. Je-li hamiltonián invariantní vůči inverzi prostorových os, pak se hodnota π (sudost či lichost vlnové funkce) zachovává.

Vzniká přirozená otázka, zda hamiltonián fundamentálních interakcí symetrii vůči prostorovému zrcadlení opravdu splňuje. Vzhledem k platnosti ostatních časoprostorových symetrií se všeobecně předpokládalo, že ano. Skutečná odpověď je *ne*. Invarianci vůči inverzi prostoru narušují slabé interakce, tj. interakce vedoucí např. k rozpadu neutronu na proton, elektron a antineutrino (příklad tzv. β^- rozpadu). V těchto interakcích se tedy parita nezachovává.

Nebudeme zde podrobně popisovat experiment, v němž nezachování parity vyšlo v roce 1957 poprvé najevo. Spokojíme se jen s vysvětlením jeho základního triku. Ve fyzice rozeznáváme dva typy vektorů: (i) pravé vektory, které se při rotacích vztažné soustavy transformují stejně jako prostorový vektor $\mathbf{x}$ a při inverzi prostoru také mění znaménko, a (ii) „nepravé“ (tzv. axiální) vektory, které se při rotacích otáčejí stejně jako $\mathbf{x}$, ale při inverzi prostoru zůstávají beze změny. Příkladem axiálního vektoru je třeba moment hybnosti.¹⁰ Uvažme vektorovou veličinu $\mathbf{V}$ a axiální vektorovou veličinu $\mathbf{A}$ a sestrojme skalární součin $S = \mathbf{V} \cdot \mathbf{A}$. Je jasné, že veličina S se sice tváří jako skalár, ale ve skutečnosti při prostorovém zrcadlení mění znaménko (je to tzv. pseudoskalár). Je-li v nějakém experimentu generováno určité rozdělení hodnot veličiny S , pak z případné invariance vůči prostorovému zrcadlení vyplývá, že toto rozdělení musí být symetrické vzhledem k operaci $S \rightarrow -S$. Madam Wu prokázala porušení této relace při β rozpadu radioaktivního jádra kobaltu. Zatímco veličinu $\mathbf{A}$ v jejím experimentu představoval směr spinové orientace jader v ochlazeném kobaltovém vzorku, veličinou $\mathbf{V}$ byl pozorovaný směr emise elektronů – ve směru spinu jádra vyletovalo víc elektronů než proti směru spinu.

Narušení prostorové zrcadlové symetrie bylo v 50. letech 20. století značným překvapením. Fyzikové se však brzy utěšili domněnkou, že

¹⁰Při sledování rotujícího objektu v zrcadle se obrátí jak polohové vektory $\mathbf{x}_i$, tak hybnosti $\mathbf{p}_i$ všech částic, takže moment hybnosti $\mathbf{L} = \sum_i \mathbf{x}_i \times \mathbf{p}_i$ zůstane týž.

skutečnou zachovávající se paritou je parita CP , vznikající kombinací prostorové inverze a nábojového sdružení. Věřilo se, že vůči tomuto zobecněnému zrcadlení je příroda již invariantní. Ani tato domněnka však v experimentálnímu testu neobstála – a na vině jsou opět slabé interakce [10]. V roce 1964 měřili J. V. Cronin a V. L. Fitch rozpad podivných částic, známých jako neutrální mezony K^0 a $\bar{K}^0$ (jedná se o pár částice-antičástice). Výrazem „podivný“ zde není míněna nějaká nepatřičnost těchto částic, ale spíše fakt, že veličina zvaná podivnost (zachovávající se při silných interakcích) nabývá na těchto částicích nenulové hodnoty. Mezony K^0 a $\bar{K}^0$ se však v jistém smyslu skutečně podivně chovají, protože před rozpadem (který se děje v důsledku slabé interakce) se „přeskupí“ do jistých specifických superpozic původních vlnových funkcí K^0 a $\bar{K}^0$. Vznikají tak vlastně nové částice, nazývané podle svých středních dob života τ při exponenciálním rozpadu jako mezony K_L (L jako *Long*: $\tau_L \approx 5 \cdot 10^{-8}$ s) a K_S (S jako *Short*: $\tau_S \approx 9 \cdot 10^{-11}$ s). Z analýzy produktů rozpadu obou mezonů K_L a K_S navíc vyšlo najevo, že tyto částice nemají ostrou hodnotu CP parity. Míra narušení kombinované parity je sice mnohem menší než míra narušení obyčejné parity P při β rozpadu,¹¹ nicméně efekt narušení CP symetrie je nezpochybnitelný.

Tomu, kdo by chtěl nad narušením CP symetrie projevit lítost, bych rád sdělil, že pravděpodobně jen díky tomuto drobnému efektu vznikla na počátku vývoje vesmíru jistá malá asymetrie mezi hmotou a antihmotou. Takže tomuto narušení vlastně vděčíme za to, že jsme naživu – a že se nad CP narušením můžeme dle libosti třeba i pohoršovat. Děkuje!

Nakonec se zdá, že milovníci zrcadlové symetrie si přece jen přijdou na své. Podle současných představ by totiž měla být zachována alespoň symetrie vůči trojkombinaci inverzí CPT , přičemž svět se nachází ve stavu, pro nějž $CPT = 1$. To znamená, že provedeme-li zrcadlení prostoru, změnu částic na antičástice, a navíc ještě pustíme všechny zaznamenané interakce pozpátku, výsledek bude k nerozeznání podobný tomu, „co normálně žijeme“. Mimochodem, tato útěšná představa má za následek ještě jedno narušení symetrie – symetrie vůči časové inverzi T . Symetrie T neimplikuje žádnou zachovávající se veličinu, ale

¹¹Míra narušení CP parity se dá vyjádřit velikostí relativní příměsi opačné parity ve vlnových funkcích K_L či K_S . Výsledek je $\epsilon \approx 2 \cdot 10^{-3}$.

elementární fyzikální zákony jsou vůči otočení chodu času vesměs invariantní. Z narušení CP a splnění CPT však vyplývá, že invariance vůči T musí být v určité malé míře (rovnající se míře narušení CP) porušena. Plné teoretické pochopení a experimentální ověření této skutečnosti je však úkolem budoucnosti.¹²

Proč existuje foton

Uvažujme kvantovou částici o hmotnosti m pohybující se v potenciálu $V(\mathbf{x})$. Hamiltonián má tvar

$$H = \frac{1}{2m} \underbrace{[-i\hbar\nabla]_{\mathbf{p}}^2}_{\mathbf{p}} + V(\mathbf{x}) , \quad \text{kde } \nabla = \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (5)$$

($\mathbf{e}_\bullet$ jsou báze vektory ve směru prostorových os x, y, z). Zkusme zjistit, zda časová Schrödingerova rovnice (2) s hamiltoniánem (5) není náhodou invariantní vůči transformaci vlnové funkce podle předpisu

$$\psi(\mathbf{x}, t) \rightarrow e^{if(\mathbf{x}, t)} \psi(\mathbf{x}, t) , \quad (6)$$

kde $f(\mathbf{x}, t)$ je libovolná funkce souřadnic a času. Je snadné se přesvědčit, že *není*.¹³ A proč by taky měla být?

Zkusíme to ale ještě jednou. Uvažujme kvantovou částici o hmotnosti m a náboji e pohybující se v elektromagnetickém poli, určeném vektorovým potenciálem $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ a skalárním potenciálem $\varphi(\mathbf{x})$. Hamiltonián má tvar

$$H = \frac{1}{2m} [-i\hbar\nabla - e\mathbf{A}(\mathbf{x})]^2 + e\varphi(\mathbf{x}) . \quad (7)$$

Není časová Schrödingerova rovnice (2) s tímto hamiltoniánem invariantní vůči transformaci (6)? Na první pohled se zdá, že ne, ale věc

¹²Makroskopický svět samozřejmě vykazuje flagrantní asymetrii vůči směru chodu času (viz film puštěný pozpátku), ale nezdá se pravděpodobné, že by malé narušení symetrie T na mikroskopické úrovni mohlo makroskopickou „šipku času“ nějak vysvětlit.

¹³Prostorové a derivace v kinetické části hamiltoniánu (5) a časová derivace v rovnici (2) působí i na exponenciální faktor na pravé straně transformace (6), čímž vznikají dodatečné členy hamiltoniánu.

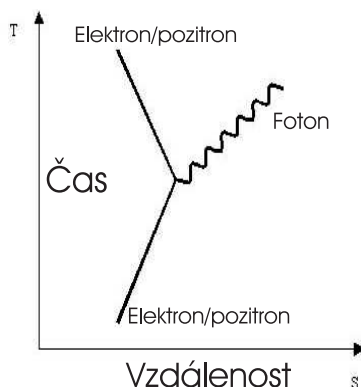
je tentokrát trochu složitější. Po chvíli snažení možná zjistíme, že hamiltonián (7) se transformuje do tvaru

$$H' = \frac{1}{2m}[-i\hbar\nabla - e\mathbf{A}(\mathbf{x}) + \hbar\nabla f(\mathbf{x}, t)]^2 + e\varphi(\mathbf{x}) + \hbar\frac{\partial}{\partial t}f(\mathbf{x}, t), \quad (8)$$

takže se opravdu zdá, že není stejný jako hamiltonián před transformací. Rozdíl mezi H a H' spočívá v tom, že zatímco hamiltonián (7) odpovídá poli $\mathbf{A}(\mathbf{x})$, $\varphi(\mathbf{x})$, hamiltonián (8) obsahuje pole

$$\mathbf{A}'(\mathbf{x}) = \mathbf{A}(\mathbf{x}) - \frac{\hbar}{e}\nabla f(\mathbf{x}, t), \quad \varphi'(\mathbf{x}) = \varphi(\mathbf{x}) + \frac{\hbar}{e}\frac{\partial}{\partial t}f(\mathbf{x}, t). \quad (9)$$

Ale moment, z klasické elektrodynamiky je přece známo, že transformace (9) nemění pozorovatelné účinky elektromagnetického pole [11]. Jedná se o tzv. *kalibrační transformaci*, při níž síly působící na všechny nabitě částice zůstávají stejné.¹⁴ Takže změněný tvar hamiltoniánu H' se dá snadno převést na původní tvar H kalibrační transformací elektromagnetického pole. V tomto smyslu hamiltonián (7) opravdu *je* invariantní vůči transformaci (6)!



Můžete si myslet, že právě odvozená symetrie Schrödingerovy rovnice částice v elektromagnetickém poli je jen jakousi náhodnou, více-méně „obskurní“ symetrií, nemající hlubší fyzikální význam. Hermann

¹⁴Intenzita elektrického pole $\mathbf{E}$ a magnetická indukce $\mathbf{B}$ se počítají z výrazů $\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{A}$ a $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, takže po kalibrační transformaci platí $\mathbf{E}' = \mathbf{E}$ a $\mathbf{B}' = \mathbf{B}$.

Weyl, kterého již známe z úvodu, tento názor nesdílel. Byl přesvědčen, že tvar interakce částic s elektromagnetickým polem je *určen* požadavkem kalibrační symetrie. Tyto myšlenky byly posléze vtěleny do kvantové elektrodynamiky – teorie popisující interakci kvantových nabitých částic s kvantovaným elektromagnetickým polem [12]. Přímým důsledkem kalibrační symetrie je zde existence fotonu, tedy kvanta elektromagnetického pole, a způsob jeho interakce s nabitými částicemi (viz diagram znázorňující vertex elementární elektromagnetické interakce¹⁵). Můžeme to vyjádřit i tak, že foton musí existovat, neboť Někdo chtěl, aby příroda byla symetrická vůči kalibračním transformacím. Zachovávající se veličinou, odvozenou pro kalibrační invarianci z teoremu Noetherové, je v tomto případě elektrický náboj.

Nezůstalo však jen u kvantové elektrodynamiky. Myšlenka kalibrační symetrie se stala natolik přitažlivou, že byla úspěšně použita také při konstrukci kvantové chromodynamiky – teorie popisující silné interakce kvarků (současných kandidátů na elementární částice jaderné hmoty) [12]. I když v tomto případě je matematika kalibračních transformací poněkud složitější,¹⁶ výsledek je obdobný jako v elektrodynamice – objevení se částic zprostředkujících interakce mezi kvarky, totiž gluonů.¹⁷

Použití stejných principů u slabých interakcí narazilo na určité obtíže. Obecnou vlastností kalibračních transformací je to, že příslušné částice zprostředkující interakce (jako fotony nebo gluony) mají nulovou klidovou hmotnost. Částice přenášející slabé interakce – intermedialní bosony W a Z – jsou ale hmotné, dokonce velmi těžké. Mechanismus, kterým se pomocí kalibračních symetrií takové částice dají vytvořit, byl však nakonec také odhalen [12]. Zahrnuje novou myšlenku, totiž tzv. *spontánní narušení symetrie*. To se na obecné úrovni dá vysvětlit zhruba tak, že i systém, jehož dynamika je invariantní

¹⁵Orientace diagramu v časoprostoru je libovolná, takže vertex může vyjadřovat různé fyzikální děje zahrnující emisi či absorpci fotonu nabitými částicemi. Ačkoliv se tyto děje nedají realizovat samostatně (jedna ze zúčastněných částic je vždy virtuální, tj. nemá správnou hodnotu klidové hmotnosti), všechny složitější elektromagnetické procesy se dají z elementárních vertexů poskládat.

¹⁶Zatímco grupa lokálních transformací (6) je v podstatě jednoduchá unitární grupa $U(1)$, o které jsme se zmínili v úvodu, grupa kalibračních transformací v kvantové chromodynamice je neabelovská.

¹⁷Obdobou elektrického náboje je zde tzv. *barva* kvarků, odtud název *chromodynamika*.

vůči nějaké transformaci, se může samovolně dostat do stavu o nižší symetrii. Tak jako např. magnet, který si při ochlazování spontánně vybere jeden směr magnetizace, i když všechny interakce mezi elementárními dipóly jsou rotačně invariantní.¹⁸ Ukázalo se, že spojením kalibrační symetrie s myšlenkou jejího spontánního narušení dostáváme kalibrační částice s nenulovou hmotností. Vedlejším produktem (či spíše výchozím předpokladem) je však existence ještě další částice, tzv. Higgsova bosonu. Je to právě matematická tortura uskutečněná na poli této částice,¹⁹ která nakonec vede ke kýženému výsledku – vzniku hmotných intermediálních bosonů. Dá se proto říci, že Higgsův boson je jakýmsi „spasitelem“ tzv. Standardního modelu mikrosvěta (v němž má myšlenka zobecněné kalibrační invariance stěžejní postavení) [12, 13]. Zároveň je však posledním z plejády částic tohoto modelu, která dosud čeká na experimentální potvrzení.

Symetrie budoucnosti

Symetrie, kterými jsme se dosud zabývali, se dají rozdělit do dvou kategorií: (i) Časoprostorové symetrie, vyplývající z invariance fyziky vůči translacím, rotacím, či relativistickým Lorentzovým transformacím. Grupa transformací sjednocující všechny tyto operace je Poincarého grupa. (ii) Vnitřní symetrie, které nemají časoprostorový charakter. Ty vyplývají zpravidla z kalibrační invariance dané teorie (chápáné ve zobecněném smyslu), která – jak jsme naznačili – determinuje základní matematický charakter entit, s nimiž teorie pracuje. Grupa vnitřních symetrií určuje vzájemné transformace těchto entit při uvažovaných operacích vnitřní symetrie.

Touha po sjednocení popisu všech symetrií v přírodě vedla mnohé teoretiky k hledání grupy, která by v sobě obsahovala jak Poincarého grupu časoprostorových transformací, tak všechny fundamentální grupy vnitřních transformací, vyplývající z kalibračních symetrií

¹⁸ „Spontánní narušení symetrie“ neznamená ztrátu invariance hamiltoniánu vůči dané třídě transformací. Např. v případě magnetu se rotační symetrie projevuje tím, že všechny možné směry magnetizace jsou naprosto rovnocenné, tj. mají stejnou energii atd. Z jedné konkrétní realizace základního stavu (daný směr magnetizace) se však tato symetrie nedá vyčíst.

¹⁹ Procedura, zahrnující výše naznačené ingredience, nese tísnivý název „Higgsův mechanismus“.

jednotlivých typů interakcí. V roce 1962 však S. Coleman a J. Mandula ukázali, že taková grupa neexistuje, resp. existuje pouze v takové formě, která je z fyzikálního hlediska naprosto nezajímavá.²⁰ Jejich tvrzení je jedním z nejznámějších příkladů tzv. „no-go“ teorému, tj. důkazu neuskutečnitelnosti nějaké zdánlivě plausibilní matematické představy.

Fyzikové zklamaní tímto omezením však brzy našli jinou možnost zobecnění konceptu symetrie. Je jí tzv. *supersymetrie*, neboli SUSY, kterou na konci 60. a počátku 70. let minulého století nezávisle na sobě navrhlo několik teoretiků [12]. Coleman a Mandula dokázali, že Poincarého a vnitřní grupy se nedají obě vnořit do větší netriviální sjednocující grupy. Dají se však vnořit do jisté zobecněné algebraické struktury, která se v matematice označuje jako gradovaná grupa, či zkráceně *supergrupa*.

Připomeňme, že definiční vlastností obyčejné Lieovy grupy je existence konečné množiny operátorů $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, tzv. generátorů, jejichž komutační relace se dají vyjádřit autonomně, tj. pomocí stejných operátorů:

$$[A_i, A_j] = \sum_k c_{ijk} A_k \quad (10)$$

(čísla c_{ijk} představují tzv. strukturní koeficienty). Říkáme, že generátory „uzavírají algebru“. Gradované algebry (superalgebry), které definují strukturu supergrup, jsou obecnější. Jejich prvky se dělí do dvou sektorů – sudého a lichého. Zatímco prvky sudého sektoru splňují relaci (10), lichý sektor (jeho prvky označíme B_i) se řídí vztahy

$$[B_i, A_j] = \sum_k c'_{ijk} B_k, \quad \{B_i, B_j\} = \sum_k c''_{ijk} A_k \quad (11)$$

(čísla c'_{ijk} , c''_{ijk} jsou zobecněné strukturní konstanty), kde složená závorka znamená tzv. antikomutátor: $\{a, b\} = ab + ba$. Rovnice superalgebry lze tedy shrnout takto:

$$[\text{sudý}, \text{sudý}] = \text{sudý}, \quad [\text{lichý}, \text{sudý}] = \text{lichý}, \quad \{\text{lichý}, \text{lichý}\} = \text{sudý}.$$

²⁰Při udržení jistých rozumných vlastností teorie je jediným možným sjednocením časoprostorových a vnitřních symetrií tzv. tenzorový součin Poincarého grupy s příslušnou vnitřní grupou. Jiné, méně triviální grupy obsahující obě zmíněné podgrupy jsou vyloučeny.

Komutační relace operátorů jsou charakteristickou vlastností bosonů – částic s celočíselným spinem, řídících se Bose-Einsteinovou statistikou. Platí např. relace $[b_i, b_j^\dagger] = \delta_{ij}$ a $[b_i, b_j] = [b_i^\dagger, b_j^\dagger] = 0$, kde $b_i^\dagger$, resp. b_j představují operátory kreace, resp. anihilace bosonu ve stavech označených indexy i a j . Naopak, antikomutační relace charakterizují kreační a anihilační operátory fermionů – částic s poločíselným spinem, popsanych Fermi-Diracovou statistikou (tedy podřízené Pauliho vylučovacímu principu). Platí $\{f_i, f_j^\dagger\} = \delta_{ij}$ a $\{f_i, f_j\} = \{f_i^\dagger, f_j^\dagger\} = 0$, kde $f_i^\dagger$ a f_j kreují resp. anihilují fermiony v daných stavech.²¹ Superalgebry (a jimi generované supergrupy) jsou proto přirozeným prostředím, v němž se bosony a fermiony vzájemně setkávají. Dá se dokonce říci, že toto spojení se nedá uskutečnit na půdě obyčejných algeber (grup), se kterými fyzika až dosud pracovala. Je proto přirozené, že SUSY rozšíření standardního modelu částicové fyziky vede k odvážné předpovědi, že všechny elementární částice přírody se vyskytují v boson-fermionových párech. Kromě fotonu, který je bosonem, by mělo existovat též fermionové fotino, kromě bosonu W fermion Wino, kromě gluonu gluino... A naopak, elektron jakožto fermion by měl mít bosonového partnera, nazývaného selektron, každý kvark by měl mít svůj skvark atd.

Žádná z těchto supersymetrických částic nebyla v současných experimentech dosud detegována, ale pátrání bude pokračovat na větších urychlovačích.²² Zvykli jsme si na to, že je-li nějaká teorie elegantní a úsporná, pak zpravidla bývá také pravdivá. A supersymetrie se zdá tyto předpoklady beze zbytku splňovat. Ať již však bude konečná odpověď ohledně supersymetrických částic jakákoliv, superalgebry a supergrupy mezitím našly přirozené uplatnění v některých kvantových systémech skládajících se z velkého počtu interagujících částic. Například v atomových jádrech, v nichž vedle sebe existují jak fermionové, tak bosonové typy excitací [14].

Zatím nepřestáváme stoupat. A „matematické schodiště“, klíč ke stvořenému, dál roste pod našima nohama. Osobně nevěřím, že někdy skončí.

²¹To mj. znamená, že $b_i^\dagger b_i^\dagger = 0$, což je matematické vyjádření Pauliho vylučovacího principu: nelze vykreovat dva fermiony ve stejném kvantovém stavu!

²²Doufá se, že SUSY částice by mohly vyřešit problém tzv. „chybějící hmoty“ ve vesmíru.

Děkuji A. Linhartovi, J. Podolskému a P. Stránskému, kteří se podrobili předběžnému testování účinků tohoto textu a přispěli k němu řadou cenných připomínek.

Literatura

- [1] H. Weyl, *Symmetry* (Princeton Univ. Press, Princeton, New Jersey, 1952).
- [2] J. P. Elliot, P. G. Dawber, *Symmetry in Physics* (Macmillan Press, London, 1979).
- [3] O. Litzman, M. Sekanina, *Užití grup ve fyzice* (Academia, Praha, 1982).
- [4] A. Bohr, O. Ulfbeck, Reviews of Modern Physics **67** (1995), str. 1; *Primary manifestation of symmetry. Origin of quantal indeterminacy.*
- [5] W. Greiner, B. Müller, *Quantum Mechanics. Symmetries* (Springer, Berlin, 1994).
- [6] E. Noether, Nachr. d. König. Gesellsch. Wiss. zu Göttingen, Mathphys. Klasse 1918, str. 235; anglický překlad *Invariant variation problems*, viz arXiv:physics/0503066.
- [7] H. J. Lipkin, *Lie Groups for Pedestrians* (North-Holland, Amsterdam, 1965).
- [8] A. Frank, P. Van Isacker, *Algebraic Methods in Molecular and Nuclear Structure Physics* (Wiley, New York, 1994).
- [9] *Dynamical Groups and Spectrum Generating Algebras*, ed. A. Bohm, Y. Ne'eman, A.O. Barut, vol. I, II (World Scientific, Singapore, 1988).
- [10] D. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles* (Harper & Row, New York, 1987).
- [11] J. Kvasnica, *Teorie elektromagnetického pole* (Academia, Praha, 1985).
- [12] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields*, vol. I, II, III (Cambridge University Press, 1995, 1996, 2000).
- [13] J. Hořejší, Československý časopis pro fyziku **52** (2002), str. 291, 178, **53** (2003), str. 51, 186; *Historie standardního modelu I–IV*; viz též Sborník z X. semináře o filosofických otázkách matematiky a fyziky (Velké Meziříčí, 2002), str. 110.

- [14] F. Iachello, La Rivista del Nuovo Cimento **19** (1996), č. 7; *Symmetry and supersymmetry in nuclear physics*.

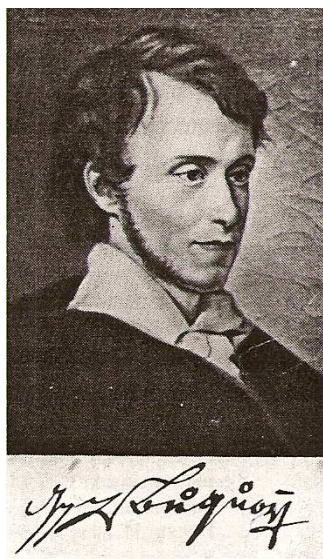
HRABĚ BUQUOY A JEHO ÚLOHY

JIŘÍ PODOLSKÝ

Počátkem 19. století hrabě Jiří Buquoy jako první v historii fyziky obecně formuloval a řešil problém pohybu těles s proměnnou hmotností. Jeho myšlenky však byly na skoro celá dvě staletí zapomenuty. Až v nedávné době se jim dostává zasloužené pozornosti. Smyslem tohoto příspěvku je dále přispět k širšímu povědomí o Buquoyově životě a díle, především o tom, jak pozoruhodný byl jeho příspěvek teoretické mechanice.

Životopis J. F. A. Buquoye

Hrabě Jiří František August Buquoy¹ se narodil 7. 9. 1781 v Bruselu a zemřel 19. 4. 1851 v Praze.



Pocházel ze starobylého a významného šlechtického rodu, jehož francouzské kořeny sahají do 11. století. Byl vzdáleným potomkem

¹Obvyklá česká výslovnost jména je „bukvoj“, autenticky by však měla být spíše „bukuá“. Buquoy sám se podepisoval německy jako Graf Georg von Buquoy.

velitele císařských vojsk v bělohorské bitvě generála Karla Bonaventury de Longueval, graf von Buquoy (1571–1621). Ferdinand II. mu za prokázané služby v roce 1620 daroval panství Nové Hradky, Rožmberk, Libějovice a tvrze Žumberk a Cuknštejn. Rod v Čechách zakořenil a stal se významným činitelem na české politické, ekonomické i kulturní scéně.

Jiří František přišel do Čech jako dítě se svým otcem po rozvodu rodičů. Po otcově smrti byl ve 13 letech dán do péče strýce Johanna. Dostalo se mu soukromého vzdělání v rodině, oficiální maturitu složil na gymnáziu v Praze. V letech 1799–1803 studoval na Vídeňském dvorním lyceu (tzv. Terezianu) založeném roku 1746 pro děti aristokratů. Kromě filosofie a práva ho silně zaujaly přírodní vědy a matematika. Byl mimo jiné solidně vzdělán v diferenciálním a integrálním počtu.

Jeho osud se rázem změnil 12. dubna 1803, kdy zemřel bezdětný strýc Johann. Jiří ve 22 letech zdědil kolosální rodový majetek. Po celý život se o něj výtečně staral a s velkým umem spravoval rozsáhlé jmění. Naprosté materiální nezávislosti bezprostředně využil ke svým cestám po Evropě. Během dvou let navštívil především Švýcarsko, Francii a Itálii. Po návratu do Čech si v roce 1806 vzal za ženu hraběnku Gabrielle von Rottenhan.

Kromě zájmu o vědy a umění věnoval svůj čas především správě majetku, a to nejen po stránce ekonomické, ale i technické. Roku 1810 například sestrojil funkční parní stroj a uplatnil ho v praxi. Měl vlastní laboratoř. Osobně se věnoval rozvoji novohradských skláren: v roce 1817 přišel s unikátní technologií výroby *hyalitu* – černého neprůhledného skla. Tento objev je však dnes již zapomenut.

Hrabě Jiří Buquoy se aktivně zabýval přírodními vědami. Byl v kontaktu s předními evropskými učiteli té doby, jako byli Goethe, Humboldt, Gauss, Gerstner, Bolzano a další. Jak dále podrobně popíšeme, v roce 1815 podnikl cestu do Paříže. Tam o svých fyzikálních objevech a myšlenkách hovořil s Laplácem, Ampèrem, Cauchym, Fourierem a jinými. Byl členem mnoha učených společností včetně Královské české společnosti nauk. V letech 1820–1835 byl ve vedení Národního muzea v Praze. Je znám také tím, že r. 1838 založil první přírodní rezervace v Čechách: Žofínský prales a Hojnou Vodu v Novohradských horách.

Buquoyova badatelská a publikační aktivita byla velice rozsáhlá: sepsal více než 150 prací a úvah, především z filosofie, politiky, eko-

nomie, přírodních věd, věnoval se ale i poezii. Většinu jeho spisů tvoří knihy, brožurky a četné příspěvky do časopisu *Isis*. Jeho fyzikální práce rozhodně nebyly bezvýznamné: 9 příspěvků například publikoval v prestižním *Annalen der Physik*.

Pro dokreslení Buquoyovy osobnosti ještě závěrem uvedme, že pro své názory i aktivity byl mezi pražskou inteligencí značně populární (podrobně to popisuje Sabina ve svých *Vzpomínkách*). Byl stoupencem české národní emancipace a aktivně se zúčastnil událostí roku 1848. V dubnu byl zvolen do Národního výboru a v některých kruzích se dokonce uvažovalo o tom, že by měl nastoupit na český trůn. Údajně poskytl velké množství peněz českým národním organizacím, zejména studentským. Za to byl rakouskými úřady dokonce krátce uvězněn a jeho dům prohledán.

Buquoyův příspěvek mechanice

Zde se budeme zabývat jen těmi Buquoyovými myšlenkami, které se týkají principů mechaniky. Jak jsme již předeslali, Buquoy jako první v historii fyziky formuloval a řešil *problém pohybu těles s proměnnou hmotností*. Do té doby se řešily jen idealizované úlohy, v nichž vystupovaly hmotné body, které mají ze své podstaty konstantní hmotnost. Tématice věnoval tři rozsáhlé publikace:

- G. von Buquoy: *Analytische Bestimmung des Gesetzes der virtuellen Geschwindigkeiten in mechanischer und statischer Hinsicht*, Leipzig: Breitkopf und Härtel, 1812.
- G. von Buquoy: *Weitere Entwicklung und Anwendung des Gesetzes der virtuellen Geschwindigkeiten in mechanischer und statischer Hinsicht*, Leipzig: Breitkopf und Härtel, 1814.
- G. von Buquoy, *Exposition d'un nouveau principe général de dynamique, dont le principe des vitesses virtuelles n'est qu'un cas particulier*, Paris: V. Courcier, 1815.

Jejich hlavní obsah nyní ve stručnosti popíšeme.

1812: Formulace pohybových rovnic

V knize *Stanovení analytického zákona virtuálních rychlostí pro mechaniku i statiku* (má celkem 72 stran) Buquoy jako první v dějinách explicitně formuluje správnou pohybovou rovnici platnou i pro případ, kdy se hmotnost objektu mění. V § 36 na str. 66 rovnici uvádí ve tvaru

$$P = \frac{1}{2g \, dt} (Q \, dv + v \, dQ \pm w \, dQ),$$

přičemž použité symboly mají následující význam:

P ... působící síla

Q ... hmota tělesa (je úměrná hmotnosti)

t ... čas

v ... rychlost tělesa

w ... absolutní rychlost, s níž se kus hmoty dQ připojuje k pohybu

Faksimile zmíněné stránky je na následujícím obrázku:

Pomocí dnešních symbolů můžeme Buquoyovu pohybovou rovnici snadno přepsat jako

$$m \frac{dv}{dt} + (v \pm w) \frac{dm}{dt} = F.$$

V případě, že je hmotnost m tělesa konstantní, platí $dm = 0$, a protože časová derivace rychlosti je zrychlení a , dostáváme $ma = F$. To je všeobecně známá Newtonova rovnice, kterou obvykle učíme studenty.

V *obecném* případě však Newtonova rovnice nezní „hmotnost krát zrychlení je síla“, ale „časová derivace hybnosti je síla“, $dp/dt = F$, kde hybnost p je součin hmotnosti m a rychlosti v . Buquoy tedy zcela správně zobecňuje dosavadní výklad Newtonova pohybového zákona. Povšimněme si, že dokonce připouští možnost obou znamének $\pm w$. To umožňuje studovat nejen případy, kdy se k tělesu hmota přidává, ale i situace, kdy naopak těleso hmotu ztrácí. To je třeba případ rakety, která se pohybuje vpřed jen díky tomu, že tryskou vystřeluje plyn směrem dozadu.

1814: Buquoyovy úlohy

V navazující rozsáhlé publikaci *Další rozvinutí a použití zákona virtuálních rychlostí pro mechaniku i statiku*, jež má celkem 164 stran,

— 66 —

Masse dQ eine negative Geschwindigkeit $-\omega$ am Ende der Zeit t , so wäre

$$P = \frac{1}{2gdt} (Qdv + v dQ + \omega dQ).$$

Ist Q veränderlich, so ist $d(Qv) = Qdv + v dQ$ in jedem Falle das Inkrementum an Quantität der Bewegung, das dem Zeitelemente dt entspricht. Es ist aber dieser Zuwachs der binnen der Zeit dt wirkenden Kraft P nicht allemal ganz zuzuschreiben.

Ist binnen der Zeit dt die Masse dQ schon mit der Geschwindigkeit v hinzugetreten, so kommt der Kraft P nur der Theil Qdv , also $d(Qv) - v dQ$ zu. Ist aber die binnen der Zeit dt hinzugekommene Masse dQ mit gar keiner Geschwindigkeit versehen gewesen, so ist der Kraft P der Zuwachs $Qdv + v dQ = d(Qv)$ zuzuschreiben. Ist endlich die binnen der Zeit dt zugetretene Masse dQ schon mit einer Geschwindigkeit $\pm\omega$ versehen gewesen, so ist der Kraft P der Zuwachs $Qdv + (v \mp \omega) dQ = d(Qv) \mp \omega dQ$ zuzuschreiben.

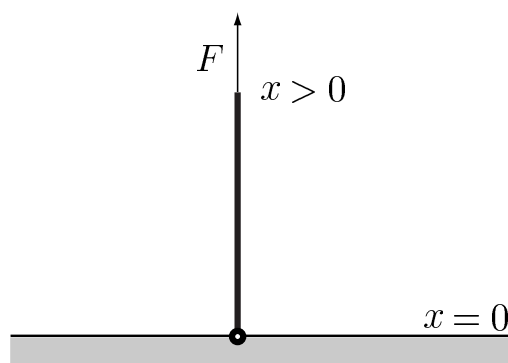
Buquoy formuluje a také řeší mnoho hezkých konkrétních úloh, při nichž se mění hmotnost objektu. Jsou mezi nimi například:

- zvedání lana (§ 20)
- válec na svahu nabalující sníh (§ 34)
- shrabování půdy pluhem (§ 49)
- otáčení zabláceného kola kočáru (§ 51)
- čerpadla, dopravníky atd.

V tomto příspěvku popíšeme pouze první z Buquoyových úloh.

Je uvedena v § 20 na str. 34–36 zmíněného díla a zní takto:

Na podložce leží smotané dokonale ohebné vlákno. Určete pohyb, když na jeho konec působí svisle vzhůru konstantní síla. (viz obr.)



V praxi by se mohlo jednat například o pohyb lehkého balónu, ze kterého visí až na zem lano, jež se při svislém stoupání balónu odmotává, zatímco při klesání dopadá a zůstává stát.

Tuto úlohu lze vyřešit, pokud provedeme některá zjednodušení, především, že vlákno se při pohybu vzhůru odmotává bez tření, zatímco při pohybu dolů se již dopadá část vlákna nepohybuje. Také budeme předpokládat, že gravitační zrychlení g je homogenní a že vlákno je jednorozměrné a má konstantní lineární hustotu η .

V tomto případě Newtonova–Buquoyova rovnice zní $\dot{p} = F - mg$, neboť tíha odmotaného konce vlákna je mg . Označíme-li $x > 0$ polohu konce vlákna nad podložkou, je proměnná hmotnost odmotaného vlákna dána $m = \eta x$, zatímco hybnost je $p = m \dot{x}$, takže

$$m \ddot{x} + \dot{m} \dot{x} = F - \eta x g.$$

Při dalším řešení je třeba dát pozor na *asymetrii úlohy*:

Při pohybu vzhůru dosazením za $m = \eta x$ dostaneme

$$\ddot{x} = \frac{F}{\eta x} - g - \frac{\dot{x}^2}{x}.$$

Při pohybu dolů však zcela *chybí* člen $m \dot{x}$, protože je kompenzován interakcí s podložkou (předpokládáme dokonale nepružný dopad), takže

$$\ddot{x} = \frac{F}{\eta x} - g.$$

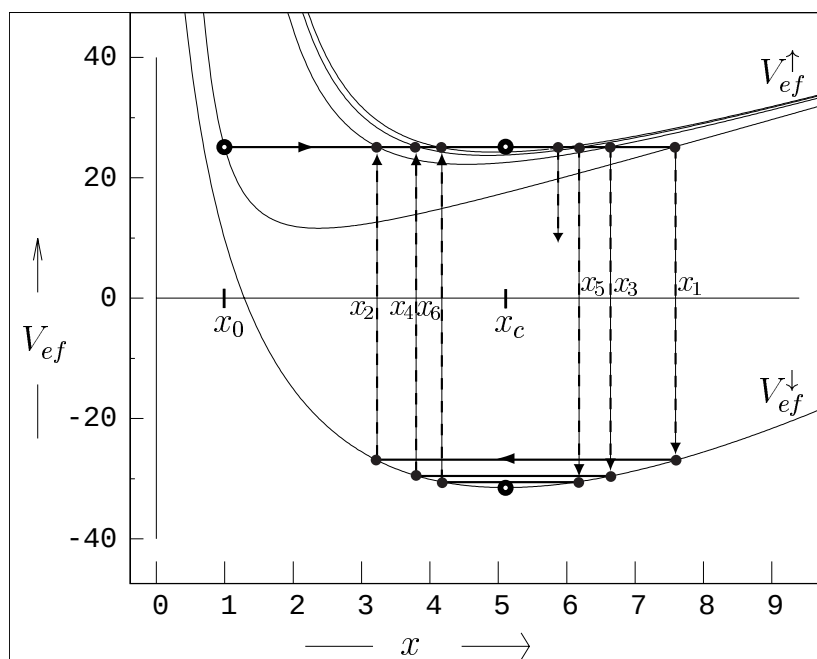
Kompletní pohyb získáme správným navázáním řešení první rovnice (pro $\dot{x} > 0$) a druhé rovnice (pro $\dot{x} < 0$) v bodech obratu $\dot{x} = 0$, které jsou *společné*.

Snadno lze najít první integrály obou pohybových rovnic,

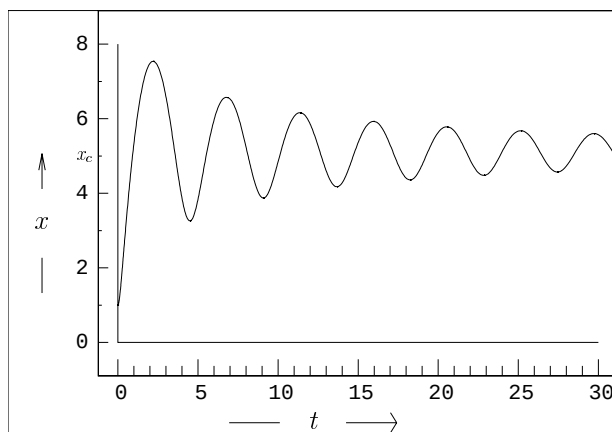
$$\frac{1}{2}\dot{x}^2 + V_{ef}^{\uparrow}(x) = \frac{F}{2\eta}, \quad \text{kde} \quad V_{ef}^{\uparrow}(x) \equiv \frac{g}{3}x - \frac{C}{x^2},$$

$$\frac{1}{2}\dot{x}^2 + V_{ef}^{\downarrow}(x) = V_{ef}^{\downarrow}(x_1), \quad \text{kde} \quad V_{ef}^{\downarrow}(x) = gx - \frac{F}{\eta} \ln x,$$

a pohyb analyzovat metodou efektivních potenciálů $V_{ef}^{\uparrow}(x)$ a $V_{ef}^{\downarrow}(x)$. Dostaneme posloupnost horních a dolních bodů obratu $x_1, x_2, x_3, \dots$, které se blíží stacionární hodnotě $x_c = F/\eta g$. Průběhy potenciálů a posloupnost bodů obratu jsou znázorněny na následujícím obrázku:



Přehlednější je provést přímou numerickou integraci pohybových rovnic. Opravdu dostaneme řešení, které má charakter *tlumených oscilací*, jak je znázorněno na následujícím obrázku:



Více podrobností o vlastnostech řešení této zajímavé úlohy lze nalézt v publikacích [1-4].

Jak je vidět na kopii příslušné stránky jeho díla, Buquoy zformuloval správné pohybové rovnice své první úlohy pro pohyb vlákna směrem nahoru a našel dokonce i jejich první integrál. Je však uveden v chybném tvaru. Není přitom jasné, zda jde pouze o tiskovou chybu anebo Buquoyův matematický omyl.

— 55 —

4. zu lösen sey. Wir nennen s die am Ende der Zeit t aufgezogene Länge, γ das Gewicht der Längeneinheit unserer Schnur; und nehmen an, es sey zu Anfange der Zeit t schon die Länge l aufgezogen, so dass für $t = 0$, $s = l$ sey. Es ist demnach

$$p - \gamma s = \frac{1}{2g} \frac{d}{dt} (\gamma s dv + v \gamma ds), \text{ oder}$$

$$p ds - \gamma s \cdot ds = \frac{\gamma}{2g} (s v dv + v^2 ds).$$

Hieraus folgt

$$s ds + \left(-\frac{p}{\gamma} + c \cdot v + \frac{1}{2g} v^2 \right) ds = s dv \left(c - \frac{1}{2g} v \right)$$

Nach Eulers Methode wird diese Gleichung so integrirt.

$$\text{Setze } u = \frac{s \cdot v}{2gs - \frac{2g p}{\gamma}}, \text{ so gibt obige Gleichung}$$

folgende

$$4g^2 \int \frac{dv}{-\frac{2g p}{\gamma} \cdot v + v^3} = \int \frac{du}{-\frac{p}{2g\gamma} \cdot u + u^3};$$

wendet man hier die Lehre der Partialbrüche

1815: Buquoyova cesta do Paříže

Koncem léta roku 1815 podnikl hrabě Buquoy cestu do Paříže. Cílem cesty bylo prezentovat myšlenky a výsledky, týkající se pohybů těles s proměnnou hmotností, elitě tehdejší vědy. Pobyt, který se uskutečnil mezi 17. srpnem a 26. zářím, lze dobře rekonstruovat, protože Buquoy ho podrobně popsal ve svém deníku [5]. Nejdůležitější události lze chronologicky shrnout takto:

- 21.8.** Je uveden do fyzikálně-matematické třídy *Pařížské akademie věd*. Následně dává vyhotovit a vytisknout francouzský překlad spisku, ve kterém shrnuje všechny podstatné informace o svém novém principu virtuálních rychlostí. V něm se pokusil předložit jednotný princip dynamiky i statiky, přičemž princip zahrnuje i objekty s proměnnou hmotností.
- 26.8.** Buquoy krátce navštívil Pierra Simona Laplace a hovořil s ním.
- 28.8.** Prezentoval své myšlenky na zasedání Akademie. Přítomni byli například Laplace, Poisson, Delambre, Ampère, Cauchy, Fourier, Arago a další přední osobnosti evropské vědy té doby. Po prezentaci následovala osobní diskuse. Buquoy si do svého deníku poznamenal, že Ampère a Fourier jeho myšlenky ocenili, zatímco Laplace a Poisson je nepřijali.
- 4.9.** Buquoy se zúčastnil dalšího zasedání. Během něj mimo jiné předal Girardovi práci od Gerstnera, kterou přivezl z Prahy.
- 8.9.** Setkal se s Alexanderem von Humboldtem. Ten mu doporučil osobně navštívit Laplace v jeho rezidenci za Paříží, a tam mu v klidu objasnit své názory.
- 10.9.** Buquoy tuto dobrou radu uposlechl a Laplace navštívil. Během dlouhé procházky podrobně zodpověděl všechny otázky, které mu Laplace ohledně jeho rovnic a principů mechaniky položil. Průběh rozhovoru je pečlivě zaznamenán v Buquoyově deníku.

Buquoy například uvádí:

„Větší obecnost mého principu oproti principu Lagrangeovu spočívá v tom, že připouští i proměnné hmotnosti.“

Laplace s tím souhlasí:

„V takovém případě musí být Váš princip opravdu obecnější.“

Buquoy objasňuje svou rovnici pro změnu hybnosti ve tvaru $m dv + (v - w) dm = F dt$:

„Tento přístup se ukázal být pro Laplace natolik nový, že jsem mu ho musel několikrát po sobě pomalu a srozumitelně opakovat, nicméně nakonec si tuto myšlenku osvojil, plně ji pochopil a začal projevovat o celou věc značný zájem.“

Buquoy pak své myšlenky ilustroval na konkrétních příkladech. Laplace poznamenal, že by to mohlo nalézt uplatnění v nebeské mechanice pro tělesa, která vysílají nebo přijímají světlo (např. pro Zemi).

další dny Buquoy uskutečnil několik dalších setkání s Laplacem. Vše nasvědčuje tomu, že vzbudil Laplaceův zájem, neboť přímo píše:

„Laplace již plně pochopil podstatu mých idejí.“

Pro zajímavost uveďme, že na závěrečném setkání Laplace mimo jiné předal Buquoyovi dopis pro Gausse.

Další osud: zapomnění a znovuobjevení

Je překvapivé, že i přes zmíněnou cestu do Paříže a osobní kontakt s předními fyziky té doby upadly Buquoyovy myšlenky v úplné zapomnění. Jedinou zaznamenanou publikovanou reakcí je krátký kritický článek Poissona z roku 1819 [6]. Poisson v něm přitom kritizoval obecně „filozofické“ aspekty Buquoyova principu, nikoli jeho (správnou) formulaci pohybového zákona pro tělesa s proměnnou hmotností.

Buquoyova pohybová rovnice byla zapomenuta a mechanické úlohy s proměnnou hmotností byly poté znova nezávisle objevovány a řešeny dalšími: v roce 1813 Moorem [7] a kolem roku 1850 Taitem a Steelem v Anglii [8], koncem 19. století Meščerskim v Rusku [9], nebo Levi-Civitou v Itálii ve 30. letech dvacátého století [10].

Buquoyovo průkopnické dílo bylo objeveno a doceněno až zcela nedávno zásluhou ruského historika přírodních věd Michajlova. V několika důkladných publikacích [11], [12] a [13] nejen pečlivě analyzoval a popsal Buquoyovy myšlenky, rovnice a úlohy, ale především je zařadil do historického kontextu. Explicitně a po právu označil Buquoye za prvního v dějinách fyziky, kdo formuloval a řešil problém pohybu těles

s proměnnou hmotností. Především zásluhou Michajlova vyšlo jméno hraběte Buquoye coby nadaného a schopného přírodovědce ze zapomnění času a postupně se dostává do povědomí historiků vědy a fyziků. Jeho úlohy s proměnnou hmotností se začínají objevovat v učebnicích, například [1], [2]. Buquoyovo prvenství již oficiálně uznal i americký úřad pro letectví a kosmonautiku NASA: v nedávné zprávě shrnující pětiletý výzkumný projekt zaměřený na studium dynamiky systémů s proměnnou hmotností [14] se v úvodní kapitole doslova uvádí:

Český vědec a vynálezce George von Buquoy (1781–1851) byl první, kdo se obecně zabýval problémem dynamiky systémů s proměnnou hmotností. V roce 1812 získal „pohybovou rovnici“ platnou pro takové systémy a následně pomocí svého vzorce řešil mnoho konkrétních příkladů. Práci von Buquoye lze označit za zrod dynamické teorie systémů s proměnnou hmotností.

Můžeme tedy uzavřít, že hrabě Jiří Buquoy byl nesporně význačná osobnost. Jeho originální přínos fyzice však nebyl téměř 200 let doceněn. Až v poslední době se daří tuto historickou nespravedlnost napravit. V zemi, kde Buquoy žil a tvořil, je to přímo naše morální povinnost.

Poděkování a pár osobních poznámek

O Buquoyově úloze jsem se poprvé dozvěděl v roce 1994 ze skript [2] kolegy doc. Slavíka, kde je na str. 22 úloha zformulována a vyřešena pro případ stoupajícího vlákna a nulové hodnoty integrační konstanty C . Příklad se mi moc zalíbil, a proto jsem ho zařadil mezi standardní úlohy, které počítáme na cvičeních z Teoretické mechaniky ve 2. ročníku studia fyziky na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy v Praze. V interakci se studenty jsem si postupně začínal uvědomovat celou hloubku, krásu a složitost Buquoyovy první úlohy, především její asymetrii při pohybu nahoru a dolů. V říjnu 1997 jsme ve velké posluchárně dokonce provedli několik experimentů s balónkem naplněným heliem, ze kterého až na zem visel odmotávající se provázek. Po vypnutí klimatizace, která proudem vzduchu rušila jemný pohyb, se nám podařilo pozorovat a proměřit několik oscilací kolem rovnovážné polohy.

Po několika dalších ročnících jsem však úlohu přestal cvičit, protože

rozsah problému přesáhl únosný čas, který je možno jednomu příkladu během cvičení věnovat. Úloha ale již začala žít svým vlastním životem. Někteří zvědaví studenti si o Buquoyově úloze povídali napříč ročníky. Následně vyhledali doc. Šímu, který na MFF UK přednáší mechaniku v 1. ročníku, aby u něj hledali radu a poučení, jak problém správně vyřešit. Kolegu Šímu úloha také okouzila a dospěl k závěru, že tento krásný příklad by si zasloužil publikovat v některém pedagogickém časopise. Prostřednictvím doc. Dvořáka jsem se o jeho úmyslu dozvěděl, čímž začala naše spolupráce nad Buquoyovou úlohou. Sehnali jsme původní zdroje — neocenitelná při tom byla pomoc kolegy Slavíka — a úlohu jsme pečlivě promysleli. Výsledkem byla v roce 2005 společná publikace [3] v evropském pedagogickém časopise *European Journal of Physics* a o rok později její česká verze [4] v *Pokrocích*.

Všem výše zmíněným velice děkuji.

Literatura

- [1] J. G. Panovko, *Mechanika deformirujemogo tverdogo tela: sovremennyye koncepcii, ošibki i paradoksy*, Nauka, Moskva, 1985, pp. 173–178.
- [2] J. Slavík, *Teoretická mechanika*, Západočeská univerzita, Plzeň, 1994, pp. 22–23.
- [3] V. Šíma, J. Podolský: *Buquoy's problem*, Eur. J. Phys. **26** (2005) 1037–1045.
- [4] V. Šíma, J. Podolský: *Buquoyova úloha*, Pokroky matematiky, fyziky a astronomie **51** (2006) 177–186.
- [5] E. Hirsch, *Graf Georg Buquoy: ein vergessener Goetheanist* Österreichische Nationalbibliothek, Wien, 1975, pp. 19–34.
- [6] S. D. Poisson, *Sur le mouvement d'un système de corps, en supposant les masses variables*, Bull. sci. Soc. philomat. Paris, avril (1819) 60–62.
- [7] W. Moore, *A Treatise on the Motion of Rockets*, London, 1813.
- [8] P. G. Tait, W. L. Steele, *A Treatise on Dynamics of a Particle*, Macmillan, London, 1856.
- [9] I. V. Meščerskij, *Dinamika točki peremennoj massy*, St Petersburg, Tipografija Akademii nauk, 1897.
- [10] T. Levi-Civita, *Ancora sul moto di un corpo di massa variabile*, Rend. Accad. Naz. Lincei **11** (1930) 626–632.

- [11] G. K. Michajlov, *K istorii dinamiki sistem peremennogo sostava i teorii reaktivnogo dvíženija (do načala vtoroj mirovoj vojny)*, Prepr. Instituta probl. mechaniki AN SSSR, **49** (1974).
- [12] G. K. Michajlov, *K istorii dinamiki sistem peremennogo sostava*, *Mechanika tverdogo tela*, Izv. AN SSSR, **5** (1975) pp. 41–51.
- [13] G. K. Michajlov, *Georg Bukua i načala dinamiki sistem s pere-mennymi massami*, In: *Issledovanija po istorii fiziki i mechaniki*, Nauka, Moskva, 1986, pp. 191–238.
- [14] F. O. Eke, *Dynamics of Variable Mass Systems*, NASA research grant no. NAG-2-4003, final technical report, 1998.

GÖDELŮV VESMÍR

JAN NOVOTNÝ

Po sto letech v Brně

Sté výročí svého velkého rodáka oslavilo Brno tím nejvhodnějším způsobem: od 25. do 28. dubna 2006 v něm probíhaly Dny Kurta Gödela, k jejichž organizaci se spojily Masarykova univerzita, Vysoké učení technické v Brně, Filozofický ústav AV ČR, Jednota českých matematiků a fyziků a Technické muzeum v Brně. Součástí Dnů bylo mezinárodní sympozium, na němž vystoupili přední světoví odborníci. Uveďme program sympozia, z něhož je patrné, jak dobře odráželo mnohostrannost Gödelova díla, osobnosti a odkazu.

John W. Dawson, JR. (Pensylvanská univerzita): Who was Kurt Gödel and what did he do?

Roger Penrose (Univerzita Oxford): Gödel, Relativity, and the Mind

Jaroslav Peregrin (UK Praha a FÚ AV ČR): Truth and Proof

Petr Hájek (ÚI AV ČR): Gödel – Completeness – Incompleteness

Martin Goldstern (Univerzita Vídeň): Gödel and Set Theory

Pavel Materna (MU Brno a FÚ AV ČR): Properties of Mathematical Objects. (Gödel on Classes, Properties and Concepts)

Eckehart Köhler (Univerzita Vídeň): Was Brouwer Platonist in Gödel's Sense?

Alex Blum (Univerzita Ramat-Gan): A Note on Consistency

Miloš Dokulil (MU Brno): May Gödel's Ideas Be Addressed Philosophically?

Franz Embacher (Univerzita Vídeň): Mach, Thirring & Lense, Gödel – Getting Dizzy in Space-Time

Valentin Gescher (kulturní atašé SRN v Praze): The Elixir of Incompleteness – Gödel for Diplomats

Pavel Klepáč (MU Brno): Some Cosmological Solutions of Einstein's Equations

Bezprostředně po skončení sympozia se jeho účastníci setkali s účastníky gödelovské konference Horizons of Truth, která se v témže

týdnu konala ve Vídni. Po slavnostním společném obědě a prohlídce míst spojených se životem Kurta Gödela pokračoval program Dnů X. slovensko-českým sympoziem o analytické filozofii. Součástí Dnů byl i violoncellový a varhanní koncert, promluva Gödelovy příbuzné Dory Müllerové o brněnské rodině Gödelů, pojmenování posluchárny na Fakultě informačních technologií VUT Gödelovým jménem a výstava spojená s cyklem přednášek pro veřejnost v Technickém muzeu.

Vydání přednášek pronesených v rámci Dnů Kurta Gödela v Brně připravuje Filozofický ústav AV ČR¹, většina přednášek z mezinárodního sympozia byla již vydána v internetovém časopise [1]. Po publikacích [2] a [3], spojených s předchozím kulatým výročím, tak Brno znovu obohacuje gödelovskou literaturu.

V tomto příspěvku chceme připomenout jen jediný, ovšem zvláště originální příspěvek Kurta Gödela vědě – otevření fyzikálně podložené diskuse o možnosti realizace časové smyčky (návratu do vlastní minulosti).

Byl Gödel první?

Citace v pracích o časových smyčkách či přehledy takových prací často začínají literárním dílem – knihou Herberta George Wellse *Stroj času* [4] z roku 1895. Na primát v této věci by si však mohla právem činit nárok česká literatura – již roku 1889 vyšel *Nový epochální výlet pana Broučka, tentokrát do 15. století*, v němž Svatopluk Čech vylíčil cestu pražského domácího ze sklepení Vikárky do husitské doby a zase zpět. Wellsův hrdina se naopak vrátil z cesty do vzdálené, nikterak lákavé budoucnosti Země a jejích obyvatel. Čech nechává Broučkovu cestu nevysvětlenou, ale ani Wells podstatu stroje času neprozrazuje. Jsme-li již u české literatury, připomeňme ještě verš z Brezinovy básně *Až sedneš za můj stůl* (sbírka *Svítání na západě* z roku 1896): „... na noci budoucí své lásky vzpomínám“. Za přečtení stojí i román Paula Naumana *Zlatý věk* z roku 1949, jehož hrdinové se propadli do doby před úsvitem našich dějin.

Přejdeme však k fyzice. Kurt Gödel byl nepochybně první, komu se podařilo vnést časové smyčky do povědomí odborníků i laické veřejnosti. Byl pravděpodobně také první, kdo o nich explicitně psal.

¹V době korektury již vyšlo [15].

Fakticky se ovšem časové smyčky dají nalézt již v dřívějších řešeních Einsteinových rovnic. Jejich autoři Kornel Lanczos [5] roku 1923 a Willem Jacob van Stockum [6] roku 1936 však o nich přímo nemluví. Gödela dovedl k časovým smyčkám hluboký zájem o problematiku času, který se v jeho díle projevuje od druhé půle čtyřicátých let. Byl nakloněn „idealistické filosofii času“ [7], podle níž je plynutí času iluzorní. Tento názor dobře odpovídá relativitě současnosti ve speciální teorii relativity, méně však už relativistické kosmologii, podle níž je v jistém smyslu privilegována současnost odpovídající rozpínající se soustavě, vzhledem k níž se kosmická hmota (v průměru) nepohybuje. Zřejmě proto Gödel obrátil svou pozornost k rotujícím kosmologickým modelům, kde světočáry kosmické hmoty připomínají zakroucená vlákna spletená do lana. Jako není možné prořezat lano řezy kolmými na každé vlákno, není možné prořezat prostoročas rotujícího vesmíru třírozměrnými rovinami současných událostí ortogonálními ke světočarám. Mizí tedy důvod pro privilegování určité „roviny“ současnosti. Gödelův výsledek je však radikálnější – soustava rovin současnosti prořezávajících prostoročas a umožňujících jej konzistentně spojit s představou plynutí času v něm vůbec neexistuje.

Vesmír bez plynoucího času

Infinitesimální interval čtyřrozměrného prostoročasu

$$ds^2 = g_{ab}(x^i)dx^a dx^b$$

kde x^i jsou prostoročasové souřadnice, g_{ab} na nich závislé metrické koeficienty, a přes opakované indexy se sčítá, předkládá Gödel [8] ve dvou podobách, a to jako

$$ds^2 = a^2[(dT + e^X dY)^2 - dX^2 - \frac{1}{2}e^{2X}dY^2 - dZ^2]$$

nebo

$$ds^2 = 4a^2[dt^2 - dr^2 - dy^2 + (\text{sh}^4 r - \text{sh}^2 r)d\varphi^2 + 2^{3/2}\text{sh}^2 r d\varphi dt],$$

zde $1/a^2 = 8\pi\kappa\rho = -2\lambda$, κ gravitační konstanta, ρ hustota hmotnosti, λ kosmologická konstanta.

První podoba explicitně ukazuje, že Gödelův model je vskutku vesmírem, jak jej chápe kosmologie – jeví se stejně všem „fundamentálním“ pozorovatelům, kteří se vůči kosmické hmotě nepohybují. (Obě uvedené metriky jsou dány v rámci téže vztažné soustavy, takže podle světočáry fundamentálního pozorovatele se mění pouze souřadnice T , resp. t .) Na rozdíl od Friedmannových modelů se však toto tvrzení nevztahuje k nějaké současnosti – pro uvedené pozorovatele se vesmír nemění ani v čase. Má tedy navíc jistou symetrii, která obvyklým modelům chybí.

Druhá podoba metriky ukazuje, že jiná symetrie Friedmannových modelů naopak chybí Gödelovu vesmíru – ten má pro každého fundamentálního pozorovatele osu symetrie, kolem které se otáčí, a není tedy stejný ve všech směrech. Gödelův model je tedy prostoročasově homogenní, není však izotropní.

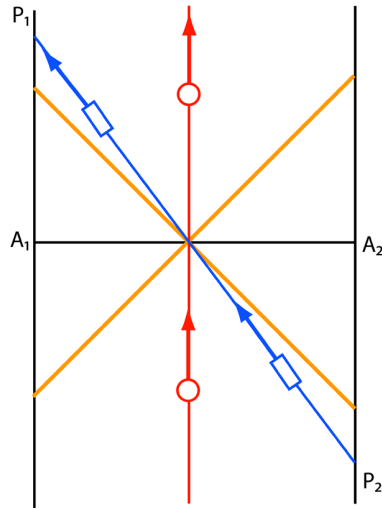
Gödel uvádí ve své práci transformační vztahy mezi oběma vyjádřeními metriky, konstatuje však, že přepočítávání je pracné a je lépe získat řešením Einsteinových rovnic každou metriku zvlášť. Jak dosvědčují současníci [9], zajímal se o možnost empirického ověření svého modelu, pro který by mohla svědčit převládající shodná orientace rotačních os galaxií. Tato naděje se však nepotvrdila. Také pozorování červeného posuvu spekter jednoznačně preferuje Friedmannovy modely. Nereálnou vlastností Gödelova vesmíru je také záporná hodnota kosmologické konstanty. (Je-li dnes potvrzované zrychlené rozpínání vesmíru [10] projevem kosmologického členu v Einsteinových rovnicích, má tato konstanta hodnotu kladnou.) Význam Gödelova výsledku je tedy v něčem jiném než v jeho souhlasu s realitou: poskytl jednoduchý příklad, že prostoročas nerozvrstvený do následných „současností“ neodporuje Einsteinovým rovnicím.

Cesta do minulosti

Vezměme druhou reprezentaci Gödelova modelu a uvažujme o „kružnici“ $r = R, t = y = 0$, podél níž se mění jen „úhlová“ souřadnice φ . Protože při $\text{sh}^4 r = \text{sh}^2 r$, čili $r = R_H = \ln(1 + \sqrt{2})$ se mění znaménko metrického koeficientu u $d\varphi^2$, mění se tu i charakter uvažované křivky – při menších R jde o křivku prostorové povahy, tedy o obyčejnou kružnici, která se po proběhnutí periody 2π vrací do výchozího bodu, při větších R je křivka světočarou pohybu, který se po proběhnutí pe-

riody vrací k výchozí události. Bude-li světočarou cestovatele křivka $r = R > R_H, y = 0, t = \alpha\varphi$, kde α je veličina kladná a dostatečně malá, aby pohyb nedosáhl nadsvětelné rychlosti, bude se cestovatel při každém oběhu propadat hlouběji do minulosti (tj. bude se ocitat na stejném místě ve stále zápornějším čase t).

Není těžké si udělat názornou pomůcku, která napomáhá představě o gödelovské cestě časem. Uvažujme pouze o událostech v dvourozměrném prostoru souřadnic φ a t při $r = R > R_H$. Protože koeficienty metriky jsou zde konstantní, jde o nezakřivený prostoročas Minkowského, přičemž však obě souřadnice t a φ mají časový charakter (soustava je tedy kosoúhlá). Vezměme výřez Minkowského diagramu (viz obrázek) a slepme protilehlé svislé linie omezující diagram. Kdyby při slepení splynuly body A_1 a A_2 , stala by se prostorová souřadnice cyklickou. Provedme však slepení tak, aby splynuly body P_1 a P_2 . Dostaneme válec, který si můžeme představovat do nekonečna prodloužený, na němž kružnice P_1P_2 znamená časovou smyčku absolvovanou „kosmonautem“, zatímco původně svislá osa diagramu se stává šroubovicí odpovídající světočáře nehybného pozorovatele. Při vhodném náklonu můžeme dostat též světočáru v podobě šroubovice klesající do minulosti.



Je ovšem třeba dodat, že naše pomůcka zvláštnost Gödelova čtyřrozměrného prostoročasu plně nevystihuje. Položíme-li náš válec

horizontálně, vidíme, že jsme fakticky dostali dvojrozměrný prostor-čas s cyklickým časem a nekonečnou prostorovou rozlohou. Fundamentální pozorovatel, přežije-li cyklus, se ocitne na jiném místě prostoru. Stojí jistě za zmínku, že o časově periodickém světě uvažoval Lanczos, když ve shora uvedené práci napsal:

„Z hlediska fyziky vede tento předpoklad k poněkud zvláštním závěrům, které nicméně nevedou k žádnému rozporu. Protože elektron nemusí nikde začít ani skončit, mohl by se po jedné periodě času navrátit do téhož prostorového bodu, z něhož vyšel. To je sice vysoce nepravděpodobné, ale elektron by také mohl pokračovat v existenci v jiném bodě prostoru, kde by se nám jevil jako jiný elektron. Jsme tak vedeni k myšlence, že snad světočáry všech elektronů jsou segmenty jediné původní světočáry a že jednotlivé elektrony jsou pouze různými časovými stadii jediného primárního objektu. To by přirozeným způsobem vysvětlilo, proč všechny základní stavební bloky hmoty (přínejmenším pokud jde o záporné elektrony) jsou v principu jedno a totéž, čímž by se naše přesvědčení o jednotě vesmíru fascinujícím způsobem obohatilo.“

Poznamenejme, že podobnou myšlenku z poněkud jiných důvodů vyslovil i Feynman [11], podle něhož pozitron je elektron cestující proti směru času.

Časová smyčka ovšem znamená něco jiného než časovou periodičnost světa, která uchovává časovou následnost stavů během cyklu. Jak je patrné z první reprezentace Gödelovy metriky, je pro jeho prostor-čas přirozené předpokládat eukleidovskou topologii bez periodičnosti. Řezy s konstantní hodnotou času T (resp. t) nemohou hrát úlohu po sobě následujících současností, protože nemají všude prostorovou povahu.

Gödelův vesmír tak nelze spojit s klasickou představou „zvedání opony času“. Lze v něm však čas globálně orientovat, „vybavit šípem“ mířícím od minulosti k budoucnosti, i když samotná metrika neumožňuje mezi dvěma možnými orientacemi rozhodnout.

Otázky bez odpovědi

Časové smyčky budí pozornost nejen fyziků, ale i filosofů. Zatím se nezdá, že by možnost jejich existence definitivně vyloučil nějaký fyzikální princip. Poukaz na paradox vznikající narušením kauzalních

souvislostí může být zpochybněn. Je nasnadě námitka, že v případě existence časové smyčky by se mohl člověk vrátit do minulosti, zabít sám sebe jako mladíka a znemožnit si tak pozdější návrat do minulosti, a tedy by se přece jen mohl dožít vyššího věku a mohl by ... Na to se dá namítnout, že stačí požadovat „konzistentnost historie“ – nedojde k rozporu, pokud navrátilce z budoucnosti sám sebe nezabije. Třeba starý muž mladíka pouze poraní takovým způsobem, že ve stáří nebude schopen přesně zamířit a způsobí mladíkovi pouze takové zranění, že ve stáří ... Ani na filosofické půdě nebylo patrně řečeno rozhodující slova, jak ukazuje např. vynalézavá knížka [12].

Biografická poznámka

V článku zmínění Kornel (též Cornelius) Lanczos (1893-1974) a Willem Jacob van Stockum (1910-1944) byli osobnostmi pozoruhodnými nejen svým fyzikálním dílem.

Lanczos se narodil v Maďarsku. Pro svůj židovský původ a demokratické přesvědčení musel několikrát změnit místo svého pobytu [13]. Působil v Německu (1921-1931), ve Spojených státech (1931-1952) a nakonec v Irsku. Patřil k nejbližším spolupracovníkům Alberta Einsteina. Je autorem rozsáhlého díla zahrnujícího práce z různých oblastí matematiky a fyziky.

Van Stockum byl Holanďan. Před válkou odešel do Spojených států. Dobrovolně se zúčastnil války jako bombardovací pilot. Zahynul v sestřeleném letadle. Krátce před smrtí napsal článek [14], v němž zdůvodňuje své rozhodnutí bojovat ve válce pocitem povinnosti pomáhat vražděným a pronásledovaným lidem v Evropě – výslovně se zmiňuje i o Čechách.

Literatura

- [1] *Brno Kurt Gödel Days*, Journal of Physics. Conference Series, vol. 82, 2007. <http://www.iop.org/EJ/toc/1742-6596/82/1>
- [2] Hájek, P. (ed.), *Gödel '96: Logical Foundations of Mathematics, Computer Science and Physics – Kurt Gödel Legacy*, Brno 1996.
- [3] Malina, J., Novotný, J. (eds.), *Kurt Gödel*, Nadace Universitas Masarykiana, Georgetown a Nauma, Brno 1996.
- [4] Wells, H. G., *Stroj času*, Liko, Praha 1992.

- [5] Lanczos, K., *Über eine stationäre Kosmologie im sinne der Einsteinschen Gravitationstheorie*, Zeitschrift für Physik 21, 73 (1924); též anglicky v GRG 29, 6 (1997).
<http://www.springerlink.com/content/p14t2538n1274550/fulltext.pdf>
- [6] Stockum, W. J. van, *The Gravitational Field of a Distribution of Particles Rotating about an Axis of Symmetry*, Proceedings of the Royal Society of Edinburgh 57 (1936-1937).
- [7] Gödel, K., *A remark about the relationship between relativity theory and idealistic philosophy*, in Gödel, K.: *Collected works II*, ed. S. Feferman et al, Oxford University Press, New York 1990; též česky v [3].
- [8] Gödel, K., *Example of a new type of cosmological solutions of Einsteins field equations of gravitation*, in Gödel, K.: *Collected works II*, ed. S. Feferman et al, Oxford University Press, New York 1990.
- [9] Goldsteinová, R., *Neúplnost. Důkaz a paradoxy Kurta Gödela*, Argo, Dokořán, Praha 2005, s. 221-222.
- [10] Kirschner, R. P., *Výstřední vesmír*, Paseka, Praha 2005.
- [11] Feynman, R. v nobelovské přednášce za rok 1965.
<http://nobelprize.org/survey/nobel/nobelinvitation.html>
- [12] Law, S., *Filozofická gymnastika*, Argo Dokořán, Praha 2007.
- [13] Mac Tutor History of Mathematics.
<http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Biographies/Lanczos.html>
- [14] Stockum, W. J. van, *A Soldiers Creed by a Bomber Pilot*, Horn Book, Christmas 1944.
<http://www.cgoakley.demon.co.uk/efa/soldcr.html>
- [15] *Meze formalizace, analytičnosti a prostoročasu*, Filozofický ústav AV ČR, Praha 2007.

STATISTIKA V ŽIVÉM TĚLE¹

IVAN SAXL

1. Úvod

Príspevek je venován statistickým metodám zkoumání lidské populace rozvíjejícím se od XVII. do XIX. století. Podrobněji jsou popsány příspěvky některých méně známých osobností, především A. Pitcairna a L. A. J. Queteleta, a dále vznik tzv. anglické biometrické školy spojený s osobou F. Galtona. Přesto považují za vhodné začít některými obecnějšími poznámkami k evoluci života a jeho zákonitostem i v dobách podstatně starších, protože stochastickým přístupům k této problematice je v poslední době věnována větší pozornost než v minulosti (Gould, 1996; Flegr, 2005; Flegr, 2006).

Stáří života na naší planetě se odhaduje na tři a půl miliardy let; v počátečním období zhruba tří miliard let se téměř výlučně jednalo o organismy jednobuněčné. Náhle před zhruba 545 milióny let dochází k tzv. kambrické explozi, při níž se objevuje reprezentativní část všech dnešních živočišných druhů. Přitom délka tohoto období se odhaduje na pouhých 6 až 14 miliónů let. Vznik mnohobuněčných organismů je tedy úzce časově lokalizován.

Nejpočetnější skupinou živých organismů je dnes hmyz, který se objevuje zhruba před 325 milióny let. Vytváří dnes asi 1 000 000 druhů, tj. 70% všech druhů; pro srovnání savců je pouze 4 000 druhů. Dlouho se předpokládalo, že k rozvoji hmyzu docházelo souběžně s rozvojem krytosemenných kvetoucích rostlin, jež hmyz opyloval. V poslední době se však zjistilo, že tyto rostliny se objevily až před 140 milióny let, a například stáří včel je kolem 220 miliónů let; patrně tehdy opylovaly jehličnany. Tato zjištění vyvracejí resp. alespoň oslabují představy o vzájemné podpoře různých druhů.

Náš předek *Australopithecus afarensis* se objevuje asi před 4 milióny let a za první milión let se nijak nevyvinul, což dokazují fosilie. Pak zcela náhle, zhruba před 2 700 000 lety, se dělí na 7 nových větví, tři z nich jsou druh *Homo* (*H. habilis*, *H. rudolfensis* a *H. ergaster*,

¹Práce vznikla za podpory výzkumného záměru MSM 0021620839 a grantu GAAV IA100110502.

který se potom kolem jednoho až 1.3 miliónu let rozdělí na *H. erectus* a *H. heidelbergensis* a ten se konečně před 0.2 až 0.4 milióny let rozvětví na *H. neanderthalensis* a *Homo sapiens*). *Homo erectus* se pak objevuje v Africe a *Homo sapiens* má patrně rovněž africký původ, přičemž výchozí populace se odhaduje zhruba na 7 500 jednotlivců.

Stejně náhlé jako změny v populacích jednotlivých druhů jsou také zániky velkých skupin organismů. Stačí připomenout zánik dinosaurů před 66 milióny let spolu s řadou dalších vodních živočichů, zejména amonitů (hlavonožci v ulitách příbuzní sépiím a chobotnicím). Nepotvrdily se předpoklady, že zaniknuvší druhy byly daleko za zenitem svého rozvoje, a jedním z vysvětlení tohoto hromadného zániku je pád velkého meteoritu². Z těchto několika příkladů vyplývá jedna ze současných vývojových teorií, podle níž dlouhá období stability druhů jsou přerušována náhlými krátkodobými změnami, že dále jednotlivé druhy se vzájemně jen málo ovlivňují a že perspektivní druhy se vyvíjejí z početně malých skupin jednotlivců, kteří se pak rozšíří na rozsáhlá území. Nikoliv tedy plynulá evoluce ani ostrý souboj mezi perspektivní a neperspektivní skupinou, ale náhodné, málo početné a řídké v čase i prostoru vznikající skupinky jsou zakladateli úspěšných druhů. Darwinovy vývojové zákony nejsou zákony o vzájemném soupeření druhů, ale o soupeření jednotlivců o vysokou reprodukci uvnitř jednotlivých druhů. Jinými slovy, k plynulé evoluci dochází pouze uvnitř druhů a i ta je ovlivňována náhlými změnami z vnějších i vnitřních příčin; nemusejí, ale mohou to být i přírodní katastrofy.

2. Počátky užití matematických metod v lékařství

Připomeňme úvodem několik momentů prvního uplatnění matematiky a zejména statistiky v lékařství. Patrně není obecně známo, že William Harvey³, objevitel krevního oběhu a jeho funkce, opíral svůj objev nejen o pozorování, ale také o matematický výpočet. Podle tehdejších názorů krev vzniká v různých částech těla a shromažďuje se v srdci.

²Hypotéza Luise a Waltera Alvarezových z roku 1979; předpokládaný průměr meteoritu 10 km, jeho dopadem uvolněná energie odpovídá zhruba 10^4 -násobku energie všech současných jaderných zbraní.

³William Harvey (1578-1657), anglický fyziolog, kromě objevu krevního oběhu (v roce 1616, publikován až v roce 1628) je znám také svými výzkumy v embryologii. Stojí za zmínku, že v roce 1636 navštívil Prahu a osobně se sešel s Janem Markem Marci, který objev v Čechách popularizoval mezi svými studenty.



Obr. 1: William Harvey

Tam je obohacena o jisté látky a projde s ochlazením plicemi. Následně přináší výživu do různých částí těla a je tam postupně absorbována. Harvey proměřil průměry žil a tepen v blízkosti srdce a odhadl množství krve odcházející ze srdce při jednom tepu. Odtud dospěl k závěru, že během půlhodiny odchází ze srdce podstatně větší objem krve než je v celém těle a jediným rozumným vysvětlením byl krevní oběh. Objev je tedy založen nikoliv na fyziologických a chemických, nýbrž na hydrodynamických úvahách.

Za zakladatele matematického lékařství je však obecně považován Archibald Pitcairne⁴, o němž napsal podrobnou studii S.M. Stigler (1999). Pitcairnova první práce *Solution Problematis de Historicis, seu, Inventoribus* [Řešení problému objevitelů] (1688) je čtrnáctistránkový traktát obsahující dvě pravidla pro přiznání priority objevu, a to

⁴Archibald Pitcairne (též Pittcairne) (1652-1713), skotský lékař. V roce 1685 je jmenován profesorem na lékařské fakultě university v Edinburgu (patrně však nevyučoval). V roce 1691 přijímá profesuru lékařství v Leydenu, ale již roku 1693 se vrací do Edinburgu. Roku 1695 je zapleten do odborné i politicky motivovaných sporů a je na řadu let (do roku 1704) zbaven na universitě hlasovacího práva. K jeho žákům patří řada známých lékařů, mezi jinými též George Cheynne proslavený svou kritikou Leibnize a obranou Newtona v jejich prioritním sporu (podrobněji viz Saxl & Ilucová, 2007a). Pitcairne byl také dramatik a básník. Napsal několik her, v nichž kritizuje skotskou církev, což mu vyneslo pověst otevřeného ateisty. Souborné dílo vydané v Londýně v roce 1727 obsahuje také jeho latinské básně.

zveřejnění obsahující principy, z nichž objev plyne, a dále setrvání ve zveřejněném názoru a nepřipuštění pochybností o něm. Dodržení těchto pravidel Pitcairne také „kvantifikuje“ na příkladu: když někdo desetkrát napíše, že počet hvězd je lichý a jen jednou připustí, že by mohl být sudý, je možno věřit, že jeho názorem je první údaj. Odtud vyvozuje, že skutečným objevitelem krevního oběhu je Harvey, protože Hippokratova tvrzení o existenci krevního oběhu jsou izolovaná, jiné názory u něj převažují, a navíc jeho znalosti geometrie nebyly údajně dostatečné ke zdůvodnění objevu. Pitcairnova pravidla napsaná před vypuknutím prioritního sporu mezi Leibnizem a Newtonem by tak prvenství přiřkla Leibnizovi. Pitcairn byl však spolehlivým přívržencem Newtonovým, a když jeho traktát veřejností zprvu nadšeně přijatý byl zcela zapomenut (a patrně i odstraněn z knihoven) v okamžiku, kdy by jeho aplikace uškodila Newtonovi, jeho autor nenašel odvahu jej připomenout.

Vůdčí myšlenkou Pitcairnovy další práce byl Harveyův objev⁵ a patrně i jeho matematický přístup. Na první místo stavěl exaktní teoretický přístup neovlivněný žádnými obecnými představami a filosofickými dogmaty⁶ a jako základní metodiku přírodních věd doporučuje postupy užívané po staletí v astronomii, tj. matematiku založenou na pozorováních, která je stejně vhodná pro hvězdy jako pro lidská těla⁷. Tento myšlenkově objevný, ale převážně teoretický směr v lékařství se nazýval *iatromechanika* nebo někdy i *iatromatematika* a jeho zakladatelem byl italský fyziolog G. A. Borealli (1608-1679), jež si Pitcairne velmi vážil a ve svých pracích se pokoušel spojit jeho názory s myšlenkami Newtonovými (podrobně viz Guerrini, 1987).

Aktuálním problémem teoretického lékařství byla krevní sekrece,

⁵Podle Stiglera (1999) byla idea krevního oběhu pro Pitcairna „gravitačním zákonem“ lékařství.

⁶Pitcairnova úvodní přednáška v Leydenu v roce 1691 měla název „*An Oration Proving the Profession of Physics free from the Tyranny of any Sect of Philosophers*“ [Promluva předvádějící přírodní vědy zbavené tyranie filosofických sekt].

⁷[Astronomer] never in the Explication of the Motion of the Planets calls in the Assistance of a romantic Hypothesis concerning the Structure of the World, however pleasing and plausible, but comparing the Observations ... Neither is it unreasonable to suppose, that lesser Bodies, which are the Objects of Physical Enquiries, are subject to the same Laws that Astronomers have discovered in the greater. The Nature of all Bodies is certainly the same [citováno podle Stigler (1999) ze souborného Pitcairnova díla vydaného v Londýně roku 1727; první vydání bylo v roce 1715].

tj. způsob, jímž jsou separovány krevní složky a částice při jejich ukládání na správných místech. Od Descarta pocházela myšlenka separace částic podle velikosti proséváním. Ve své rozpravě⁸ z roku 1693 Pitcairne rozebírá tuto hypotézu pro případ výrazně protáhlých částic, jejichž jeden rozměr je větší než maximální šířka (úhlopříčka či průměr) otvoru síta: jejich průchod horizontálním sítem je dobře možný, pokud jsou dostatečně vertikálně odkloněny. Zajímavé je, že Pitcairne při svých úvahách pracuje s pravděpodobností průchodu, kterou počítá podle Huyghensova vzorce pro střední hodnotu⁹. Pitcairne uvažuje i částice jiných tvarů a dospívá k závěru, že síťová teorie není správná. Vlastní model však nepodává.

Další aplikaci Huyghensova vzorce lze najít v Pitcairnově práci z roku 1695 věnované léčení horečky. V souladu se soudobými teoriemi vychází z představy, že tělo se musí zbavit všech látek horečku způsobujících a na základě výsledku italského lékaře Santoria (1561-1636) o úbytku tělesné váhy při různých způsobech vyměšování doporučuje jako nejefektivnější postup pocení.

Pitcairnovy matematické přístupy narazily na silnou kritiku jeho současníků, především u zastánců empirické školy reprezentované Thomasem Sydenhamem (1624-1689). Podle ní bylo hlavním úkolem lékaře najít příčinu choroby podle galénovské klasifikace (např. počasí, roční období, špatný vzduch, potrava, okamžitý stav krve) a potom předepsat léčbu vedoucí k odstranění příčiny pouštěním žilou, zvracením, pocením, vyprázdňováním. Přitom nejběžnějším postupem byla metoda „pokus a omyl“ aplikovaná až do vyléčení nebo smrti pacienta. Pitcairnovy názory byly kritizovány v tehdy populárním spise *Apollo Mathematicus or the Art of Curing Diseases by the Mathematics*. Pamflet byl vydán roku 1695 anonymně, jak bylo zvykem; jeho autorem byl Edward Eizat, edinburský lékař. Pitcairne na něj odpověděl neanonymním traktátem svého žáka George Hepburna, který vyvolal trestní řízení pro urážku na universitě se špatnými důsledky pro Pitcairna i Hepburna (podrobně viz Stigler, 1999). Pitcairn po roce

⁸Pitcairnovy rozpravy – *dissertationes* – byly písemné záznamy jeho přednášek a následných seminářů vydávané tiskem.

⁹S Huyghensovým spisem *De ratiociniis in ludo Aleae* [O výpočtech v hazardních hrách, 1657, viz Mačák, 1997] se patrně seznámil za svého pobytu v Leydenu, vzorec jím používaný je v třetím tvrzení spisu: „Při počtu případů p dávajících výsledek a a počtu případů q dávajících výsledek b je očekávání $(ap + bq)/(p + q)$.“

1695 již prakticky nic nepublikoval a do své smrti se převážně věnoval lékařské praxi, v níž údajně proslul vstřícností k chudým pacientům.

Za připomenutí rovněž stojí počátky očkování proti nakažlivým nemocem. Očkování proti černým neštovicím v Anglii zavedla kolem roku 1720 po zkušenostech z Cařihradu Mary Wortley Montagu, žena tamějšího velvyslance, formou kožní interakce s nakaženým výtěrem. Bylo sice úspěšné, ale s vysokým rizikem nákazy. Riskantní očkování vyvolalo také teoretickou diskusi o jeho racionalitě a rozhodování se mu podrobit. Daniel Bernoulli přednesl roku 1760 ve Francouzské akademii věd svůj odhad poklesu úmrtnosti na neštovice díky očkování. D'Alembert¹⁰ jeho studii zpochybnil poukazem na to, že Bernoulli neuvažuje psychologické procesy, které mohou u některých lidí vést k odmítnutí očkování vzhledem k jeho rizikovosti. Definitivně problém vyřešil až Edward Jenner (1749-1823) použitím vakcíny vypěstované z dobytčích neštovic, která již nebyla riskantní.

Rigorózní využití pravděpodobnosti a statistiky v lékařství, tj. především v klinických zkouškách zjišťujících vliv léčebných postupů a nových léků, se všeobecně rozšířilo až ve XX. století. Přesto se vyskytovaly náznaky resp. nevyužité nabídky ze strany matematiků, jež lze datovat od počátku rozvoje teorie, tj. od začátku XVIII. století – viz výše zmíněná diskuse o očkování proti černým neštovicím. Též Condorcet¹¹ a Laplace považují uplatnění pravděpodobnosti jako metody racionálního myšlení v medicíně za nezbytné: „Stačí každou z léčebných metod testovat na stejném počtu pacientů za pokud možno stejných podmínek; výhodnost nejlepšího postupu se projeví tím zřetelněji, čím větší bude počet pokusů,“ píše P. S. Laplace v *Essai philosophique sur les probabilités* (1814).

Průkopníkem statistických metod v medicíně byl Pierre Louis¹²,

¹⁰Jean le Rond d'Alembert (1717-1783), francouzský matematik a filosof, koeditor Diderotovy *Encyklopedie*, k níž napsal Úvod (*Discours préliminaire de l'Encyclopédie*).

¹¹Jean-Antoine-Nicolas de Caritat, markýz de Condorcet (1743-1794), francouzský filosof a matematik, autor *Esquisse d'un tableau historique du progres de l'esprit humain* [Nástin historie pokroku lidského ducha]. Věřil v neomezený pokrok lidstva, byl vězněn za Francouzské revoluce a popravě ušel sebevraždou.

¹²Pierre Charles Alexandre Louis (1787-1872), francouzský lékař. Prokázal, že včasné pouštění žilou při souchotinách zkracuje dobu onemocnění u přeživších pacientů, avšak zvyšuje mortalitu. Jeho poznatky byly významné, byť i matematicky nepřesné.

který kolem roku 1820 publikuje výsledky získané sledováním plicní tuberkulózy a tyfu, a v roce 1835 kritizuje rozšířenou praxi pouštění žilou při léčení souchotin a dalších chorob. Jeho názory se setkaly se širokou kritikou poukazující na Hippokratem vyžadovaný individuální a na zkušenosti založený přístup k pacientům. Louisovy výsledky se dočkaly kritiky i ze strany matematiků výtkou, že u svých výsledků neuvedl konfidenční interval (u 140 sledovaných případů tyfu došlo k 52 úmrtím, tj. mortalita je 37%; intervalový odhad by byl 26 až 49%). Statistické postupy byly odmítány také tvrzením, že je třeba získat deterministickou jistotu, a ne jen pravděpodobnostní závěry, a že statistická data jsou nanejvýš materiálem, jehož studiem je třeba dojít k přesným vědeckým zákonům. „*Vědecký zákon může být založen pouze na jistotě, na absolutním determinismu, nikoliv na pravděpodobnosti*“, píše Claude Bernard¹³ v *Introduction à l'étude de la médecine expérimentale* (1865). Po Kochových (TBC) a Pasteurových výsledcích (sněť slezinná a vzteklna) se však bakteriologický výzkum opět obrací ke statistice.

Za zmínku stojí uplatnění grafických statistických metod při analýzách příčin onemocnění (podrobněji např. Saxl & Ilucová, 2007b). Primát ve sledování lokální intenzity onemocnění má americký lékař V. Seaman¹⁴, který při epidemii žluté horečky v roce 1795 v New Yorku vypracoval mapu jejího lokálního výskytu a správně určil, odkud se nákaza šíří; po úklidu označených míst choroba pominula. Významný anglický lékař a vědec John Snow (1813-1858)¹⁵ podobným způsobem odhalil při londýnské epidemii cholery v roce 1854 zdroj nákazy – nakaženou studnu – a zároveň tak prokázal způsob šíření nákazy, který do té doby nebyl bezpečně znám.

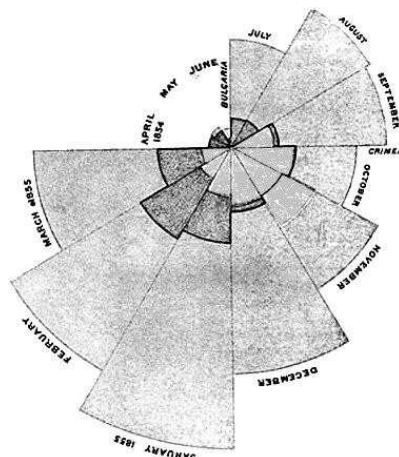
Pozitivní vliv přineslo též systematické sledování vlivu hygieny v nemocnicích na úmrtnost, prováděné Florence Nightingaleovou¹⁶.

¹³Claude Bernard (1813-1878), významný francouzský fyziolog, objevitel funkce slinivky břišní a role jater při rozkladu cukru.

¹⁴Valentine Seaman (1770-1817), vypracoval mapu lokálního výskytu žluté horečky ve východním Manhattanu a nákazu připsal hnilému odpadu v ulicích; úklidem vyznačených míst choroba pominula. Měl také podíl na hromadném očkování proti černým neštovicím v USA, zavedeném na počátku XIX. století.

¹⁵Viz Snowovi věnovaná internetová stránka
<http://www.ph.ucla.edu/epi/snow.html>.

¹⁶Florence Nightingale (1820-1910), anglická statistička, dobrovolná zdravotní sestra v krymské válce. Sestavovala časové tabulky úmrtí pacientů podle příčin



Obr. 2: Diagram Florence Nightingaleové z r. 1854

Teprve když svá data o úmrtnosti v období krymské války reprezentovala místo číselných údajů graficky polárním diagramem – viz obr. 2, podařilo se jí přesvědčit velení o nutnosti nápravy. Počty úmrtí v jednotlivých měsících jsou znázorněny plochami kruhových výsečí; vnitřní světlé výseče zachycují po jednotlivých měsících úmrtí na zranění, vnější světlé výseče odpovídají úmrtím na nakažlivé choroby vyvolané nedostatečnou hygienou a vnitřní tmavé výseče popisují libovolné jiné příčiny.

3. Počátky užití statistiky ve společenských vědách

Již v XVII. století vznikly významné práce věnované náhodnosti délky života jednotlivců v souvislosti s pojišťovací matematikou. Byla to především pionýrská práce londýnského obchodníka Johna Graunta (1620-1674) *Natural and Political Observations* vydaná roku 1663, a na ní polemicky navazující jediný k demografii se vztahující příspěvek známého anglického astronoma Edmonda Halleye (1656-1742) *An Estimate of the Degrees of the Mortality of Mankind, drawn from curious Tables of the Births and Funerals at the City of Breslaw, with*

a jimi prokázala nedostatečnost nemocniční hygieny. Jejich grafickým znázorněním (polární diagram) přesvědčila vojenské kruhy o nezbytnosti nápravy. Po návratu do Anglie měla velký podíl na celkovém zlepšení nemocniční péče.

an Attempt to ascertain the Price of Annuities upon Lives vydaný v roce 1693. Zatímco Grauntova práce se opírá o pozorování silně proměnlivé londýnské společnosti, Halley si vybírá podstatně stabilnější populaci Vratislavi, čímž své práci zajistil podstatně trvalejší platnost.

Zájem o širší uplatnění pravděpodobnosti a statistiky ve společenských vědách nastává po roce 1750 v souvislosti s vytvořením teorie chyb. Do té doby se statistika a pravděpodobnost podstatněji uplatňovaly především v nebeské i pozemské mechanice a optice, i když přístupy k nepřesnostem měření byly spíše kvalitativní (např. Galileo Galilei konstatuje, že chyby obou směrů jsou stejně časté a menší chyby jsou častější než velké). Thomas Simpson¹⁷ formuluje teorii chyb nezávislou na hledané hodnotě a též rozlišuje mezi individuálními chybami pozorovatele a chybami způsobenými podmínkami měření. J. H. Lambert¹⁸ byl přiveden k problematice chyb fotometrií, generoval chyby opakovaným měřením délky příkládáním délkové jednotky, doporučil vynechávat dvě extrémní hodnoty, což je dosud používaná praxe, a navrhl grafickou formu metody maximální věrohodnosti. Další podněty přinesl J.L. Lagrange; např. pro studovaná rozdělení dokázal, že střední chyba je vesměs menší než chyba jednoho měření (1774). Kolem roku 1800 zkoumá P.-S. Laplace podmínky, při nichž je aritmetický průměr lepší než geometrický. Následuje již metoda nejmenších čtverců (publikoval ji v roce 1805 A.-M. Legendre, C. F. Gauss však nárokoval prvenství konstatováním, že ji vymyslel již kolem 1795), která je kolem 1825 již všeobecně přijata a postupně uplatňována spolu s normálním rozdělením v různých odvětvích vědy, zvláště v astronomii, mechanice a společenských vědách, kde se předmětem zkoumání staly početné lokálně vymezené soubory populace. Zpočátku převládá představa o nezávislosti populačních jevů na sociálních a geografických podmínkách. Tak např. Laplace předpokládá, že všude stejná pravděpodobnost řídí poměr počtu narozených k počtu celé populace. Protože počet narozených je vládou registrován, stačí tento poměr stanovit v libovolné omezené oblasti (např. v malém městě), takže *počet obyvatel v zemi* $= q \times \text{počet všech v zemi narozených}$ (za určité období), kde q je po-

¹⁷Thomas Simpson (1710-1761), anglický matematik, byl silně ovlivněn A. De Moivreem, věnoval se numerické matematice a teorii pravděpodobnosti.

¹⁸Johann Heinrich Lambert (1728-1777), alsaský přírodovědec, matematik a astronom. Jeho hlavní práce jsou z oboru fotometrie, byl též jedním z průkopníků grafického zobrazování výsledků měření.

měr počtu obyvatel vybraného města a počtu narozených tamtéž (za stejné období).

Mimořádně významnou osobností populační statistiky byl L. A. J. Quetelet¹⁹. Prováděl numerické analýzy parametrů popisujících obyvatelstvo, z nich je dodnes používán jím zavedený *Queteletův index* (dnes obecně nazývaný BMI – *body mass index*, tj. index tělesné hmotnosti) $QI = \text{hmotnost v kg} / (\text{výška v metrech})^2$. Při $QI \geq 30$ je dosaženo „úřední obezity“ (váha nad 87 kg při výšce do 170 cm). Quetelet jako první používal normální rozdělení (zákon chyb) v antropometrii i jinde.



Obr. 3: L. A. J. Quetelet

Jednou z Queteletových idejí, která dosáhla značné popularity a zároveň vzbudila vlnu silné kritiky, byla koncepce „průměrného člověka“ charakterizovaného souborem průměrných parametrů obyvatelstva, včetně morálních: „*distribuce reálných lidí kolem fiktivního průměrného člověka je podobná našim nepřesným měřením polohy hvězd ve vztahu k poloze přesné*“. Proto Quetelet považuje statistiku za základ všech společenských věd. Stát má shromažďovat statistická data

¹⁹Lambert Adolphe Jacques Quetelet (1796-1874), belgický geometr, astronom (Queteletův kráter na Měsíci), meteorolog a geofyzik, především však významný popularizátor statistiky, ovlivněný pracemi Laplace, Poissona, Bernoulliho, předseda belgické Commission centrale de statistique, organizátor statistických kongresů. Autor práce *Sur l'homme et le développement de ses facultés, essai d'une physique sociale* (1835).

a jim přizpůsobovat svou politiku. Zachování konstantních charakteristik (obvykle se jedná o *relativní četnosti*, např. *relativní počet zločinců*) je udržováno „morální silou společnosti podobně jako stabilita solárního systému je zajištěna gravitací.“ Revoluce jsou naopak projevem ztráty morální síly. Pokud se „morální síla“ nemění, lze poznatky z minulosti a současnosti (např. charakteristiky rození, umírání, uzavírání sňatků, rozsahu kriminality) extrapolovat i do budoucnosti. Není nutné, ba je zbytečné, rozebírat konkrétní případy (např. zločinů či sebevražd); jejich výskyt totiž odpovídá našim vlastnostem jako celku. Quetelet nepopírá svobodu jednotlivce, ta je však podle něj pouze zdrojem malých odchylek a neměnnost průměrných charakteristik jen dokumentuje ovládání jedince společností. O něco větší rozdíly zjištěné v jednotlivých státech jen ukazují, že ač jsme všichni statisticky stejní, jsme poněkud ovlivněni různými podmínkami. Quetelet sice projevuje zvláštní zájem o kriminalitu, chybně však přenáší společenské charakteristiky i na jednotlivce – každý je z 10% zločinec, podobně sebevrah atd. Snad jedině zde doporučuje cílenou změnu: základní snahou vlád vtělenou v zákony by mělo být postupné nahrazování čistě fyzických rysů intelektem na základě vědeckých poznatků (táž myšlenka se objevuje již u Condorceta). Quetelet píše v *Sur l'homme*: „... existuje rozpočtová položka, kterou platíme s děsivou pravidelností – za vězení, podzemní cely, a popraviště. Toto je položka, kterou bychom se především měli snažit omezit. Každý rok data potvrzují má předchozí prohlášení do té míry, že bych mohl říci „existuje jedna daň, kterou člověk platí s větší pravidelností, než tu, jež patří rozmarům přírody a státní pokladně, totiž ta, kterou platí za zločin...“ Můžeme dokonce předem předpovědět, kolik lidí si poskvrní ruce krví svých druhů, kolik bude padělatelů, kolik jich použije jedu, přesně tak jako předpovídáme roční počet narození a úmrtí.

Společnost obsahuje zárodky všech spáchaných zločinů stejně jako prostředky pro jejich uskutečnění. Je to společnost, která svým způsobem připravuje zločiny, zatímco zločinec je pouze provádí. Tak každé státní společenství připouští jistý počet a jistou objednávku zločinů, které jsou pouze nezbytným důsledkem jeho organizace.“

Na jedné straně Queteletovy myšlenky pomáhaly popularizovat státem řízenou statistiku populační i společenskou, silně ovlivnily i biologický výzkum, na druhé straně však vyvolávaly i silnou kritiku. Vyskytly se obavy, že zveřejňování koeficientů kriminality a rozvažování

nad nimi vyvolá tendenci společnosti se smiřovat se zločinností jako s něčím nevyhnutelným. Redukce společnosti na soubor v podstatě identických (až na malé „chyby“) individuí je hluboce protispolečenská. Augustin Comte²⁰ zavádí pro zkoumání lidské společnosti termín sociologie, Queteletovu přístupů říká s odkazem na název jeho eseje „společenská fyzika“. Přitom poukazuje především na nesprávnost použití Queteletova předpokladu konstantních faktorů v době společenských změn, kdy se střední hodnoty mohou zachovávat, avšak disperze souboru se drasticky mění díky vzestupu jedněch složek společnosti a úpadku jiných.

Děk demografii a pojišťovnictví se opět objevují požadavky demografické predikce navazující na práce Graunta, Halleye a dalších. Obecný zájem a obavy vyvolaly též ideje Malthusovy o hrozícím přelidnění stejně jako Darwinova vývojová teorie. Termín *matematická statistika* se poprvé objevuje roku 1867 jako titul knihy pojistného matematika Theodora Wittsteina (1816-1894); následně je používán pro matematické využití sociologických dat, převážně v demografii a pojišťovnictví. Významné přínosy k problematice přinesl německý profesor ekonomie Wilhelm Lexis (1837-1914), který podrobnou analýzou dat o zločinnosti, sňatcích a sebevraždách prokazoval neudržitelnost představy o statistické homogenitě populací. Známé jsou také práce Ladislause von Bortkiewicz²¹, který jako první obrací pozornost k využití Poissonova rozdělení („zákon malých čísel“) ve společenské statistice (hojně citované jsou Bortkiewiczovy analýzy úmrtí pruských vojáků následkem koňského kopnutí, dětské sebevraždy a pracovní úmrtí ve vybraných povoláních). V Anglii byly sledovány podobné tendence v pracích W. S. Jevonse²² a F. I. Edgewortha²³. Populace je rozdělována do skupin též v antropometrii, začínají rasové studie.

²⁰ Augustin Comte (1798-1857), francouzský filosof, představitel pozitivistického směru. Kladl důraz na studium lidské společnosti s cílem zlepšovat její organizaci a zajistit stálý pokrok. Hlavní dílo *Cours de philosophie positive* (1830 až 1842).

²¹ Ladislaus von Bortkiewicz (1868-1931), původně petrohradský právník, poté profesor na berlínské universitě, autor prací z matematické ekonomie, známý též svou kritikou ekonomických teorií obsažených v Marxově *Kapitálu*.

²² William Stanley Jevons (1835-1862), anglický ekonom a logik, autor knihy *Principy vědy*, v níž hájí názor, že deduktivní poznatky a zákony jsou jen pravděpodobné, protože není možné rozebrat všechny možné příčiny a alternativy.

²³ Francis Isidro Edgeworth (1845-1926), anglický právník, logik a statistik, věnoval se též ekonomii. Ovlivnil K. Pearsona v počátcích jeho vědecké dráhy.

Práce se však vyznačují spíše kvalitním statistickým zpracováním, než pravděpodobnostními úvahami, a zejména chybí hlubší interpretace výsledků, jež by nahradila zjednodušující úvahy opírající se o nový pojem korelace (bída $\Rightarrow$ alkoholismus $\Rightarrow$ kriminalita). Jako vhodný příklad statistických přístupů k lidským populacím je v následující kapitole zpracována stručná historie kranimetrie (podrobněji viz Gould, 1981).

4. Kranimetrie

Snahy o zdůvodnění resp. obhajobu otrokářství a kolonializmu byly patrně inspirací k proměřování mozkových objemů, která ve větší míře začala v polovině XIX. století. Mělo se jednat o objektivní potvrzení převládajícího přesvědčení o nadřazenosti indoevropské rasy, s nímž se nikdo netažil, počínaje Davidem Humem, Benjaminem Franklinem, Charlesem Lyellem²⁴, Ch. Darwinem i Abrahamem Lincolnem²⁵.

V polovině XIX. století, tj. ještě před Darwinovou evoluční teorií, převládala představa o počátku lidstva Božím stvořením – *kreacionismus*. Ten se dále dělil na *monogenismus* s jediným Adamem a jedinou Evou a na *polygenismus*, podle nějž ke stvoření došlo postupně na několika místech. Druhému směru částečně napomáhala představa, že k přistání Noemovy archy došlo zhruba před 4000 lety a přitom podle fosilií za posledních 3000 let nedošlo k žádným podstatným rozdílům mezi jednotlivými rasami. Nerovnost ras měla být prokázána právě měřením objemu mozků jednotlivých ras na základě elementární představy „čím větší mozek, tím vyšší inteligence“.

Rozsáhlou studii provedl S. G. Morton²⁶, který shromáždil sbírku

²⁴Charles Lyell (1797-1875), britský geolog, jeden ze zakladatelů moderní geologie, zastánce uniformitarianismu, tj. teorie, podle níž geologický vývoj Země je pozvolný a i dnes ovlivňovaný stejnými silami jako v minulosti. Silně ovlivnil Ch. Darwina.

²⁵„Mezi bílou a černou rasou existuje fyzický rozdíl, který jim, myslím, nikdy nedovolí žít pohromadě v sociální a politické rovnosti.“ (Douglasovy rozhovory z roku 1858.) A také v soukromé poznámce citované G. Sinklerem v *The racial attitudes of American president from Abraham Lincoln to Theodor Roosevelt* (1972, str. 47): „Rovnost černochů? Jaká hloupost! Jak ještě dlouho ve velkém řízení Božím, které stvořilo a řídí Vesmír, budou darebáci prodávat a blázni kupovat tuto zcela pokleslou demagogii?“

²⁶Samuel George Morton (1799-1851), americký lékař a přírodovědec, profesor

více než 600 lebek (přes polovinu amerického původu) a provedl na nich měření; plnil je nejprve hořčičnými semínky, pak spolehlivěji nestlačitelnými olovenými broky, jejichž objem poté určil. Dokázal výraznou rozměrovou převahu kavkazského typu, avšak se spoustou chyb, patrně neúmyslných, neboť je ve svých pracích explicitně uvádí. Nicméně byly vesměs vyvolány snahou dokázat předem přijatou hypotézu o nadřazenosti bílé rasy, průměrnosti rasy amerických Indiánů a podprůměrnosti rasy černé. Po přepočítání a korekci chyb se však objemy mozků pohybují mezi 83 až 87 kubickými palci a rozdíly nejsou statisticky významné.



Obr. 4: George Samuel Morton

Záplavu měření provedl také P. Broca²⁷, který byl přesvědčen, že na základě měření lebek mohou být lidské rasy uspořádány na lineární stupnici podle svých duševních vlastností. Opět ovšem chtěl měřením jen potvrdit předem danou hierarchii a když neuspěl s jednou metodikou, zkoušel okamžitě jinou. Ve velikostech mozku se mu na prvním místě umístila žlutá rasa, nicméně v tomto směru dále pokračoval a měřil i přímé velikosti a tvary mozků významných právě zemřelých osobností. Práce v tomto směru pokračovala i po jeho smrti, ovšem opět nevedla k žádnému výsledku. Gaussův mozek byl jen mírně nadprůměrný, mimořádně malými mozky se vyznačovali W. Whitman a A. France a extrémně velký mozek měl naopak I. S. Turgeněv. Broca sledoval také „systematické“ rozdíly ve velikostech mozků v závislosti

anatomie na pensylvánské univerzitě

²⁷Paul Broca (1824-1880), profesor klinické chirurgie na lékařské fakultě v Paříži.

na různých parametrech, jako na čase (údajně zaznamenal růst mozků od středověku do současnosti), společenském zařazení (větší mozky našel u vyšších tříd) atd. V druhé polovině XIX. století se ovšem v rámci kranimetrie začalo zjišťovat, že velké lebky se často objevují u zločinců, takže kritérium velikosti bylo zdiskreditováno. Objevilo se tedy dodatkové kritérium vycházející z představy, že jednotlivé funkce jsou v mozku různě lokalizovány a že hodnotnější činnosti jsou řízeny čelní částí mozku. Začal být také proměřován tzv. velký otvor, jímž vstupuje mícha do mozku. Další metodou bylo měření *kraniálního indexu*, tj. poměru největší šířky lebky k její největší délce. Podlouhlé lebky s indexem < 0.75 se nazývaly *dolichocefalické* a vyskytovaly se často u severských národů, zatímco *brachycefalické* lebky s kraniálním indexem převyšujícím 0.8 jsou častější u Francouzů a Jihoevropanů. Jakkoliv se jisté rozdíly patrně dají prokázat, nevypovídají nic ani o duševních schopnostech svých nositelů, ani o národech, k nimž tyto příslušejí.

Měření tohoto typu se nicméně dále provádějí, jejich hodnota je však velmi problematická. Je potvrzeno např. ubývání mozku s věkem, zjištěny byly také krátkodobé změny (v Americe narozené děti přistěhovalců mají větší mozky), existují patrně také souvislosti s výškou (a možná i váhou) jedince, výsledky jsou ovlivňovány způsobem uchování mozku před měřením, není jasné, kde skutečně končí mícha a začíná mozek. Avšak již A. Binet²⁸ upozornil na to, že i při pečlivém měření převyšují chyby kranimetrických měření rozdíly mezi jednotlivými lebkami.

Zcela zásadním problémem kranimetrických měření je ovšem neexistence důkazu, že velikost mozku a parametry lebky jakýmkoli způsobem souvisejí s inteligencí, kterou ostatně nejsme schopni jednoznačně a nesporně nijak definovat ani měřit. Přesto se neustále objevují účelově zaměřené studie, které poté co rasová problematika přestala být politicky korektní, se zaměřují na rozdíly mezi muži a ženami.

Zmínku zasluhují další dvě teorie, které se již plně neopírají o kvantitativní měření. Autorem teorie *rekapitulace* byl E. H. P. A. Ha-

²⁸ Alfred Binet (1857-1911), francouzský právník a psycholog, ředitel psychologické laboratoře na Sorboně, na objednávku vlády sestavil první testy, jejichž cílem bylo ukázat učitelům, jakým způsobem mohou pomoci svým zaostávajícím žákům. Jejich zneužitím k řešení imigračních problémů v USA vznikly inteligenční testy a inteligenční kvocienty.

eckel²⁹. Podle ní embryo prochází celým vývojovým stromem svého druhu a tak má rysy vývojově nižších ras; jeho teorii využívají posléze i S. Freud a G. Jung. Opačným tvrzením proslula *neotenie*, založená L. Bolkem³⁰: mladistvé rysy se u pokročilejších reprezentantů druhu vyvíjejí pomaleji a bílá rasa se jeví nejpokročilejší právě tím, že je ve vývoji nejvíce retardovaná.

Další široce rozebíranou a např. v soudnictví aplikovanou teorií byla kriminální antropologie C. Lombrosa³¹, podle níž zločinci mají některé specifické tělesné znaky, připomínající opice či nižší rasy, např. malé či naopak velké a odstávající uši, výrazné lícní kosti a bradu, mohutná srostlá obočí, asymetrii obličeje, dlouhé ruce atd. Sekundárním příznakem zločineckých sklonů bylo tetování. Zmodernizovaná verze Lombrosových teorií se objevila v šedesátých letech XX. století ve spojitosti s chromozomální anomálií typu XYY u mužů, majících chromozom X od matky a dva chromozomy Y od otce. Předpokládalo se, že dvojnásobný počet mužských chromozomů má za následek větší agresivitu a tedy i větší sklon ke zločinnosti. Podrobné statistické zkoumání však prokázalo, že jedinci s touto anomálií jsou výrazněji zastoupeni v psychiatrických léčebnách, nikoliv však ve věznicích.

5. Anglická biometrická škola

Vliv anglické biometrické školy na statistiku XX. století lze stěží přecenit. V rámci biologických studií vznikla řada nových statistických pojmů a metod, jež byly buď okamžitě, nebo následně rigorózně odvozeny.

Inspirátorem biometrického zkoumání byl Francis Galton (1822-1911). Po nedokončeném studiu medicíny odjel do Afriky (1844) a věnoval se cestování, novinářství a zeměpisným výzkumům v Sudánu a v jihozápadní Africe. Byl mimořádně literárně nadaný³² a články

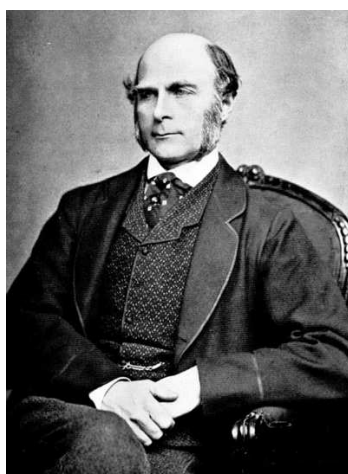
²⁹Ernst Heinrich Philipp August Haeckel (1834-1919), německý zoolog a lékař, filosof a propagátor Darwinova učení i eugeniky, kritizoval rasové míšení.

³⁰Lodewijk (Louis) Bolk (1866-1930), nizozemský lékař, profesor anatomie na amsterodamské universitě.

³¹Cesare Lombroso (1835-1909), italský antropolog a kriminalista.

³²V roce 1908, tj. ve svých 86 letech, byl zvolen členem Royal Society for Literature. Při této příležitosti publikoval v *Trans. Roy. Soc. of Literature* 28 (1908), 1-8, práci *Suggestions for Improving the Literary Style of Scientific Literature*, v níž doporučuje vysokou srozumitelnost vědeckých prací a omezené používání obecně

i kniha *Narrative of an Explorer in Tropical South Africa* (1853) mu získaly vědecké uznání i všeobecnou popularitu³³. Počátkem šedesátých let se začal věnovat meteorologii (*Meteorographica or, Methods of Mapping the Weather*, 1863) a pomocí údajů získaných z evropských meteorologických stanic sestrojil mapu počasí v prosinci 1861. Jejím studiem pak objevil existenci anticyklony (pohyb vzduchu proti směru hodinových ručiček), která provází náhlé změny počasí.



Obr. 5: Sir Francis Galton

Jako bratranec Charlese Darwina³⁴ (měli společného dědečka Erasma Darwina) byl patrně ovlivněn jeho vývojovou teorií; kniha *Origin of Species* [*O vývoji druhů*] vyšla v roce 1855. Začal se věnovat biologii a dědičnosti, zvláště eugenice, tj. možnostem zlepšování tělesných

neznámých speciálních termínů.

³³Celé literární dílo F. Galtona, konkrétně např. *Narrative of an Explorer in Tropical South Africa* (1853), *The Art of Travel* (1855), *Meteorographica* (1863), *Hereditary Genius* (1869), *Inquiries into Human Faculty* (1883), *Natural Inheritance* (1889), *Finger Prints* (1892), *Decipherment of Blurred Finger Prints* (1893), *Probability: the Foundation of Eugenics* (1907) a *Memories of My Life* (1908) včetně velmi rozsáhlého životopisu *The Life, Letters and Labours of Francis Galton* od K. Pearsona, je vystaveno k prohlédnutí i stažení na adrese <http://galton.org/>.

³⁴Erasmus Darwin (1731-1802), anglický lékař, známý básník, filosof, botanik a přírodovědec, který se zabýval problematikou přírodního vývoje (*Zoonomia, or, The Laws of Organic Life*, 1794-1796) a jeho myšlenky určitě ovlivnily Ch. Darwina.

i duševních vlastností lidí selektivním rodičovstvím. Vzděláním psycholog a antropolog, zavádí do těchto oborů metody sběru a redukce dat převzaté z astronomie a sociálních věd a věnuje se rovněž studiu pravděpodobnosti a statistiky. Podobně jako F. Nightingaleová byl zpočátku ovlivněn Queteletem, brzy však poznal nezbytnost vedle středních hodnot sledovat i variabilitu biologických souborů a další statistické charakteristiky. Galton nebyl matematik, jeho silnou stránkou však byla velká představivost a schopnost neúnavně vymýšlet nové ideje, nalézat a uplatňovat analogie mezi jevy a postupy z různých oborů a být zdrojem inspirace pro ostatní.

Galtonova první kniha z oboru dědičnosti *Hereditary Genius* [Dědičné nadání] (1869), ještě neměla velký ohlas, i když v ní autor již rozvinul svou základní představu, že dědičnost má statistický (tj. definovaně náhodný charakter) a že ji lze využít ke zlepšování lidských vlastností podobně jako systematickým křížením zlepšujeme vlastnosti chovných zvířat³⁵. Převážná část knihy je věnována slavným jedincům a jejich příbuzným, přičemž Galton inspirován Queteletem předpokládal platnost normálního (Gaussova) rozdělení zkoumaných vlastností a statisticky významnou odchylku dat od tohoto rozdělení považoval za důkaz smísení dvou nekompatibilních lidských skupin³⁶. Pro hodnocení nadání vycházel z předpokladu, že je úměrné profesní reputaci každého jedince a dále o nich předpokládal, že jsou ve zkoumané stejnorodé skupině rozloženy normálně, podobně jako vlastnosti tělesné (např. výška, objem hrudníku) v Queteletových měřeních. Ty ovšem

³⁵I propose to show in this book that a man's natural abilities are derived by inheritance, under exactly the same limitations as are the form and physical features of the whole organic world. Consequently, as it is easy, notwithstanding those limitations, to obtain by careful selection a permanent breed of dogs or horses gifted with peculiar powers of running, or of doing anything else, so it would be quite practicable to produce a highly-gifted race of men by judicious marriages during several consecutive generations (z předmluvy k druhému vydání knihy *Hereditary Genius* v roce 1892).

³⁶It clearly would not be proper to combine heights of men belonging to two dissimilar races, in the expectation that the compound results would be governed by the same constants. A union of two dissimilar systems of dots would produce the same kind of confusion as if half the bullets fired at a target had been directed to one mark, and the other half another mark. . . . The [normal] law may, therefore, be used as a most trustworthy criterion, whether or no the events of which an average has been taken, are due to the same or dissimilar classes of conditions (*Hereditary Genius*, 1869, str. 29).

jsou, jak známo, dědičné, a tedy dědičné musejí být i vlastnosti duševní³⁷. Aby to dokázal, vybral si rodiny významných lidí – soudců, státníků, aristokratů, důstojníků, literátů, vědců, malířů atd.³⁸ V nich sledoval příbuzenství prvního (otcové, bratři, synové), druhého (dědové, vnuci, strýcové, bratranci) a třetího (praotcové, pravnuci, prastrýcové atd.) řádu – společenské situaci odpovídalo, že nejsou zahrnuty ženy, které nevykonávaly povolání a nemohly tedy získat veřejné uznání (J. Austin a paní de Stal jsou jediné výjimky). Analýzou shromážděných dat zjistil, že příbuzní výjimečných lidí jsou významnější, než by to odpovídalo průměru, a zároveň, že významnost s řádem příbuznosti klesá. Odtud pak zkonstatoval, že výjimečnost je dědičnou a normálně rozloženou vlastností, jejíž nejvyšší stupeň nezávisí na vnějších vlivech (rodina, vzdělání, hmotné podmínky). To ovšem nebylo ani trochu populární tvrzení, i když nikoliv zcela nové³⁹. Podstatně rozšířenější byla představa Johna Locke, podle níž se člověk

³⁷V poznámce 33 zmíněný Galtonův životopis od K. Pearsona má jako motto Darwinova slova: "I am inclined to agree with Francis Galton in believing that education and environment produce only a small effect on the mind of anyone, and that the most of our qualities are innate!"

³⁸Uvedme alespoň několik jmen z analyzovaných skupin rodokmenů a vlastností jejich příslušníků. Vojevůdci: Filip Makedonský, Alexandr Veliký, Hannibal, Julius César, Titus Flavius Vespasianus, Karel Martell, Karel Veliký, Gaspard de Coligny, Walter Raleigh, Evžen Savojský, John Churchill (vévoda Marlborough), Lord Nelson, Napoleon Bonaparte, vévoda z Wellingtonu aj. Spisovatelé: Seneca, J.-B. Bossuet, H. Fielding, J. Austin, W. Irving, G. E. Lessing, M. B. Macaulay, A. W. Schlegel, J. Swift, paní de Stal, F. de Chateaubriand aj. Básníci: Aischylos, Aristofanes, G. Chaucer, Torquato Tasso, P. Lope de Vega, A. Chenier, P. Corneille, J. Racine, J. Milton, J. W. Goethe, H. Heine, S.T. Coleridge, W. Wordsworth aj. Vědci: F. Bacon, Jacob Bernoulli, R. Boyle, O. Celsius, J.C. Condorcet, J. le d'Alembert, Galileo Galilei, L. Euler, W. Harvey, A. Humboldt, Ch. Huyghens, G. W. Leibniz, J. Napier, I. Newton, H. Ch. Oersted aj. Malíři: P. Cagliari (Paolo-Veronese), A. da Corregio, J. van Eyck, Raffael Santi. J. Ruysdael, A. van Dyck, Tizian aj.

³⁹Z Darwinova dopisu Galtonovi po vydání jeho knihy 23. prosince 1869 (vzájemná korespondence Galtona a Darwina je rovněž na internetové stránce Galton (1853n): "MY DEAR GALTON, I have only read about 50 pages of your book (to the Judges), but I must exhale myself, else something will go wrong in my inside. I do not think I ever in all my life read anything more interesting and original - and how well and clearly you put every point! ... You have made a convert of an opponent in one sense, for I have always maintained that, excepting fools, men did not differ much in intellect, only in zeal and hard work; and I still think this is an eminently important difference... Yours most sincerely, CH. DARWIN."

rodí jako „nepopsaný list“ [tabula rasa], a rozhodující vliv na něj má výchova a jeho osobní zkušenost. Místo vlivů působících na jednotlivce však Galton rozebírá vlivy působící na přirozené schopnosti národů a tvrdě kritizuje především katolickou církev podporující mnišské řády a vyžadující kněžský celibát; ideu celibátu však převzaly i anglické university. Podobně působí i boj církví proti různým heresím. Národy jsou tak připraveny o potomstvo nadaných, samostatně myslících a pravdu hledajících nebojácných jedinců⁴⁰. Na jiném místě knihy pak upozorňuje na množství cizích příjmení ve všech evropských zemích, jež přičítá emigraci většinou vynucené právě náboženskými důvody.

Významným a všeobecně uznávaným podnětem byla až jeho kniha *Natural Inheritance* [Přirozená dědičnost] (1889), v níž se pokouší najít kvantitativní zákony přírodní selekce a také matematicky odůvodněné metody jejího ovlivňování. V jednotlivých kapitolách posuzuje dědičnosti postavy (výšky), barvy očí, uměleckých sklonů, zdravotního stavu a také roli těchto faktorů při výběru partnerů. Statistické poznatky považuje za nezbytné pro zlepšování dědičných vlastností selektivními sňatkovými postupy. V tom se liší od Darwina, který přírodní výběr považoval za striktní zákon (náhodnost byla pro Darwina pravým opakem přírodního záměru). Statistická interpretace jeho představ byla obtížná a je Galtonovou velkou zásluhou. Jako jeden z prvních pochopil, že se nelze spokojit jenom se středními hodnotami, ale že variabilitu je nutno měřit, interpretovat a případně podle ní provést skupinové dělení. Normální rozdělení v biologii používá nikoliv jako *zákon chyb*, ale jako projev *přirozené variability vlastností jednotlivců* v rámci biologických druhů. Zavádí klíčové pojmy regrese (krok zpět, návrat – snahy vlastností nevybočovat nadměrně z průběhu daného statistickým zákonem) a korelace (stupeň vazby mezi náhodnými proměnnými), odmítá rozšířené používání termínu „chyba“ a „rozdělení chyb“ pro charakteristiky náhodné variability jevů, zavádí pojem odchylka a případně *normální odchylka* a *normální křivka rozdělení (odchylek)*. Od Galtona rovněž pocházejí termíny kvantil, decil a per-

⁴⁰Hence the Church, having first captured all the gentle natures and condemned them to celibacy, made another sweep of her huge nets, this time fishing in stirring waters, to catch those who were the most fearless, truth-seeking and intelligent in their modes of thought, and therefore the most suitable parents of a high civilization, and put a strong check, if not a direct stop to their progeny. Those she reserved on these occasions, to breed the generation of future, were the servile, the indifferent, and again, the stupid (z *Hereditary Genius*, London 1892, str. 358).

centil charakterizující intervaly hodnot náhodné proměnné, v nichž distribuční funkce případně kumulativní relativní četnost pozorování, již je distribuční funkce limitou, vzroste o 0.25, 0.1 a 0.01.

Galton se pokoušel zavádět statistický přístup do všech oblastí souvisejících s duševním životem jedinců. Jako příklad uveďme alespoň práci *Statistics of Mental Imagery* z roku 1880 (*Mind* 5, 301-318). V ní Galton popisuje výsledky svého experimentu týkajícího se obrazové představivosti. Soubor otázek zaslal svým známým a přátelům, avšak jen od některých dostal odpověď, což poněkud znehodnocuje kvalitu statistického výběru; nechuť odpovědět mohla souviset s povahou otázek. Posuzovány jsou odpovědi 100 mužů vesměs obecně známých, z nichž 19 bylo členy Royal Society. Dále posuzoval dva soubory s počtem odpovědí 172 ode všech středoškoláků jedné školy, které rozdělil do dvou skupin podle věku. Úkolem bylo představit si, tj. vytvořit mentální obraz nějaké konkrétní scény ze života, např. snídani. K této představě se pak vztahovaly otázky, z nichž v práci jsou hodnoceny následující tři:

- Je obraz zastřený nebo jasný? Je jeho jas srovnatelný se skutečností?
- Jsou všechny objekty současně dobře vymezeny nebo je oblast ostré viditelnosti menší než ve skutečnosti?
- Jsou barvy předmětů jasně rozlišitelné a přirozené?

Jedním ze zajímavých výsledků bylo, že obrazová představivost se téměř nevyskytuje ve vědeckých kruzích. Ze studie velmi zhruba vyplynulo, že zhruba u poloviny dotázaných je obrazová představivost dobrá po všech stránkách, u zbývajících dvou čtvrtin je vynikající nebo velmi nedostatečná. Obecně je lepší u dotazovaných dětí. Studie je příkladem posuzování souvisle rozdělené vlastnosti nemající číselné vyjádření⁴¹.

⁴¹The first results of my inquiry amazed me. I had begun by questioning friends in the scientific world, as they were the most likely class of men to give accurate answers concerning this faculty of visualising, to which novelists and poets continually allude, which has left an abiding work on vocabularies of every language, and which supplies the material out of dreams and the well known hallucinations of sick people are build up.

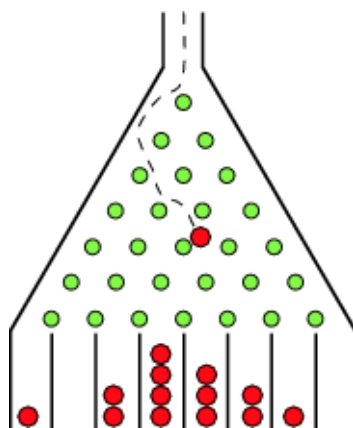
Regrese jako jev vyskytující se v genetice byla po prvé zaznamenána Johnem Sinclairem⁴², který v níže citované knize *An Analysis*... píše: „*Ojedinělou okolností je, že Sir John Gordon z Parku zhruba před jedním stoletím zavedl chov vysokých mužů na svém panství ve farnosti Ordiquhill*⁴³ *shromážděných z různých oblastí Skotska; jejich potomci z třetí generace se obecně zmenšili na obvyklou výšku obyvatel této země*“. Termín regrese ovšem zavedl až Galton, který tento jev podrobně prostudoval a popsal. První náznaky se objevují již v *Dědičném nadání*, když konstatuje úbytek schopností v posloupnostech potomků geniálních osobností. I když dědičnost intelektuálních schopností byla jeho hlavním zájmem, obtížnost kvantifikace duševních vlastností jej přivedla ke sledování měřitelných vlastností, tedy především výšky u lidí, a zejména k pokusům s pěstováním vybraných souborů hrachu (podobně jako G. Mendel) s následným hodnocením jeho rozměrů (průměru) v několika generacích. Sledoval spojitě rozměrové charakteristiky, hrachy rozdělil do sedmi tříd podle velikosti a stejně hodnotil následující generace v každé „rodičovské“ třídě zvlášť. Zjistil, že variabilita se reprodukuje, ale třídní střední hodnoty byly jen třetinové. Relace mezi původní setbou a potomstvem tak byla lineární, avšak se směrnici různou od jedné – tedy vyjádřitelná line-

To my astonishment, I found that the great majority of the men of science ... protested that mental imagery was unknown to them. ... They had no more notion of its true nature than a colour-blind man who has not discerned his defect has of the nature of colour. ... On the other hand, when I spoke to persons whom I met in general society ... many men and a yet larger number of women, and many boys and girls, declared that they habitually saw mental imagery, and that it was perfectly distinct to them and full of colour.

⁴²Sir John Sinclair (1754-1835), vystudovaný právník, člen parlamentu a skotský politik s velkými zásluhami o rozvoj země, zejména jejího zemědělství. Při cestování po Evropě se v Německu seznámil s tehdejší státní statistikou a po návratu do Anglie začal s pomocí lokálních spolupracovníků shromažďovat „užitečné informace“ o Skotsku. Aby získal detailní přehled o stavu země, rozeslal dotazníky se 166 otázkami (40 z nich se týkalo zeměpisných a přírodovědných otázek, 60 populace, 16 místních výrobních produktů atd.). V letech 1791 až 1799 vydával encyklopedické dílo sestávající z 21 rozsáhlých svazků (600 až 700 stran každý) *Statistical Account of Scotland* [Statistická zpráva o Skotsku]. V roce 1826 komentuje celý encyklopedický soubor v *An Analysis of the Statistical Account of Scotland*.

⁴³Ordiquhill byla podle zprávy reverenda Roberta Ogilvie v XVI. dílu *Statistical Account of Scotland* farnost v hrabství Banffshire (severní Skotsko) s 517 obyvateli, samostatná od roku 1622; jméno je galského původu a značí „dolinu při vrcholu“.

ární regresí. Pozorovaný jev Galton nejprve nazval reverzí (návrat do původního stavu), teprve později zavedl termín regrese. Soustředění na spojitě se měnící charakteristiky se však stalo předmětem desítky let trvajícího sporu s Mendelovými následníky, kteří po jeho vzoru sledovali nespojitě kvalitativní charakteristiky typu velký, zakrslý, barva atd.⁴⁴ Tento spor se rozhořel po roce 1900 a souvisel s objevením do té doby prakticky neznámých Mendelových prací ze šedesátých let XIX. století díky botanikům Hugo de Vriesovi a Carlu Corrensovi a zejména zoologu Williamu Batesonovi (viz např. Orel, 2003). Předmětem sporu byl vedle výše zmíněné volby optimálních charakteristik z ní vyplývající konflikt mezi Darwinovou plynulou evolucí s dědičností vlastností časově neomezenou, byť i slábnoucí, a kombinatoricky-statistickou mendelovskou dědičností dominantních a recesivních znaků. Galton se však nikdy jasně nepostavil na žádnou ze soupeřících stran a obě se k němu vždy hlásily a považovaly jej za nespornou autoritu.



Obr. 6: Galtonův přístroj (quincunx)

Při studiu této problematiky také vynalezl svůj *quincunx*⁴⁵ – obr. 6 (též se vyskytují názvy Galtonův resp. *fazolový přístroj*). Přístroj

⁴⁴Galton se však nebránil ani kvalitativním hodnocením; např. ženský vzhled hodnotil zvolenou stupnicí a dospěl pak k výsledku, že nejhezčí anglické ženy se vyskytují v Londýně.

⁴⁵Slovo je latinského původu a znamená pětinuunce, římské jednotky hmotnosti (přibližně 31 gramů) i měny. Později bylo v Anglii používáno pro způsob sadby do čtverce a jeho středu, tj. odpovídající zápisu pětky na kostce.

(spíše jeho idea, neboť přesná konstrukce je velmi obtížná) je v podstatě modelem opakovaného binomického rozdělení $\text{Bi}(n, 1/2)$, tj. n -krát opakovaného alternativního jevu s pravděpodobností alternativ $p = 1/2$. Umožňoval Galtonovi názorně vysvětlit normální rozdělení sledované vlastnosti, jež je limitou $\text{Bi}(n, 1/2)$ pro velká n (prakticky stačí $n > 30$, viz Phil. Mag. 49(1875), 33-46).

Sleduje přenos výjimečných rysů a zavádí termín *dědičná genialita* jako biologický jev. V souvislosti s vymíráním rodin zavádí termín *větvení* jako stochastický proces. K přenosu vlastností z rodičů na děti nachází společenskou analogii v růstu měst migrací obyvatel z blízkého okolí, opět se jedná o statistický „výběrový proces“ z „příbuzné“ skupiny.

Druhým velkým Galtonovým objevem je korelace mezi biologickými charakteristikami. Napadla jej v době (1888), kdy vycházela *Normální dědičnost*, v níž se o ní nezmiňuje. Proto urychleně píše krátký článek s titulem *Co-relations and their measurement, chiefly from anthropometric data* do *Proceedings of the Royal Society* 45, 135-145. Na myšlenku jej přivedl v archeologii užívaný odhad výšky jedince z jedné nalezené kosti nohy či ruky. Na souboru zhruba 350 mužů provedl měření výšky a šířky lebky, tělesné výšky, a délek levého prostředníku, levého lokte a výšky pravého kolena. V článku konstatuje, že při volbě vhodných jednotek (normalizaci) jsou všechny tyto míry vzájemně úměrné. Termín nebyl nový, předtím se objevil ve fyzice a především u Jevonse, proto Galton nejprve píše *co-relation*, ale později přešel na *correlation*. Sám se výzkumu v této oblasti již příliš nevěnoval, ale prvenství za zjištění a charakterizaci tohoto jevu mu patří.

Významný je Galtonův přínos k daktyloskopii, za jejíž objevitele jsou v Anglii považováni Henry Faulds⁴⁶ (od něj pochází název *dactylscopy*) a William Herschel⁴⁷ (zavedl ji v Indii již v sedmdesátých le-

⁴⁶Henry Faulds (1843-1930), skotský lékař, britský inspektor (Surgeon-Superintendent) v tokijské nemocnici Tsukiji. Ke studiu otisků byl inspirován poté, co je objevil na historické keramice. Upozornil poté na možnost jejich využití pro identifikaci zločinců a publikoval o tom v roce 1880 práci v časopise *Nature*. Své výsledky poslal Ch. Darwinovi, který však pro pokročilý věk a nemoc spolupráci odmítl, ale doporučil F. Galtona, jehož tak Fauld inspiroval k zájmu o daktyloskopii.

⁴⁷William Herschel (1833-1918), britský koloniální úředník v Indii. Již v roce 1858 donutil indického obchodníka Rajyardhara Konai k otištění celé dlaně na

tech XIX. století), i když Nehemiah Grew o ní již v roce 1684 publikoval ve *Philosophical Transactions of the Royal Society* příspěvek *The description of and use of the pores in the skin of the hands and feet* (ovšem bez uvažování možnosti jejího využití pro identifikaci zločinců). Měli ovšem i další předchůdce⁴⁸, na vědeckou bázi však postavil daktyloskopii až Galton, který v roce 1882 publikuje *Finger Prints* (1892), o rok později jako dodatek *Decipherment of Blurred Finger Prints* [Dešifrování nejasných otisků prstů] (1893) a v roce 1895 *Finger Print Directories*. V knihách popisuje výsledky svého podrobného statistického výzkumu, jímž prokázal, že kvalitativní rysy papilárních linií zůstávají zachovány během růstu jedince i v jeho dalším životě (podle současných názorů se vytvářejí již během děložního vývoje plodu a podávají zprávu o kvalitě jeho výživy) a dále navrhl klasifikační systém jejich rysů. Dále se věnoval statistickému zkoumání minimální velikosti takové oblasti otisku, která umožňuje jeho spolehlivou identifikaci a dospěl k požadavku zachycení šesti linií. Galtonův sugestivní literární styl dobře demonstruje závěr VII. kapitoly jeho knihy z roku 1892 (str. 113): „Čteme o mrtvém těle Jezabel⁴⁹ sežraném psy z Jezreel, aby nikdo nemohl říci „Tato jest Jezabel“, a že psi nechali pouze její leb a chodidla a dlaně rukou. Ale dlaně a chodidla jsou právě ty části těla, podle nichž by její tělo mohlo být nejjistěji

kontrakt, „aby jej vystrašil před případným odvoláním podpisu“ [...to frighten out of all thought of repudiation his signature]. Vzhledem k úspěchu tohoto postupu (patrně díky pověřivosti Indů věřících, že tělesný kontakt činí dokument neodvolatelným) používal otisky i dále, posléze je začal sbírat též od příbuzných a přátel a uvědomil si, že se od sebe vždy podstatně liší. Na zmíněný Fauldsův článek reaguje rovněž článkem v *Nature* (1890).

⁴⁸Italský anatom Marcello Malpighi (1628-1694) popsal hlavní znaky papilárních kreseb již v roce 1686, náš Jan Evangelista Purkyně vymezil 9 význačných znaků v roce 1823 a otisky se objevují i na perských úředních listinách ze XIV. století jako potvrzení jejich platnosti. Z těch, kteří se o rozšíření daktyloskopických metod v praxi zasloužili, je třeba uvést alespoň Alphonse Bertillona (1853-1913), francouzského policejního úředníka a autora systému identifikace zločinců pomocí antropometrických měření, a Juana Vucetiche (1858-1925), argentinského policistu, jenž svůj systém evidování a hodnocení otisků založil na Galtonových pracích a v roce 1892 provedl patrně první úspěšnou identifikaci (jednalo se o ženu jménem Rojas, která zavraždila své dva syny a pak na odvedení pozornosti od sebe se sama těžce zranila).

⁴⁹Jezabel byla ženou krále Achaba, vedla Izrael k modlářství a pronásledovala proroky. Byla zabita při převratu provedeném Achabovým nástupcem Jehu (†820 př. Kr.).

identifikováno, kdyby jejich otisky za života pořízené byly k dispozici.“

Galton se o otisky prstů zajímal také v souvislosti se svým hlavním zájmem, tj. kladl si otázku, zda jsou dědičné. Jeho studie vedla k závěru, že ani u jednovaječných dvojčat nejsou otisky identické (i tento jeho závěr je potvrzen současnými výzkumy), že však jisté dědičné znaky se přenášejí, přičemž mateřský vliv je o něco silnější. Provedl také zkoumání vlivu rasy na jednotlivce porovnáním otisků obyvatel Anglie a Walesu s otisky černošskými a židovskými a dospěl k neočekávanému závěru, že rasový vliv je u zkoumaných jedinců neprokazatelný.

Význačnými Galtonovými žáky byli Karl Pearson (1857-1936) a Walter Frank Rafael Weldon (1860-1906). Weldon byl zoolog, profesor na londýnské University College. Inspirován Galtonem, prováděl statistická měření živočichů, zejména vodních (přesná geometrie škeblí apod.). Práce z roku 1890 věnována garnátu *Crangon vulgaris* je téměř jistě první prací, v níž na živočichovi byla provedena měření analogická pracím antropometrickým. V pozdější práci z roku 1893⁵⁰ konstatuje, že výzkum vývoje živočichů je v podstatě statistický problém, v němž musíme určit procentuální rozdělení živočichů s danou odchylkou studované vlastnosti od střední hodnoty, rozdělení odpovídajících odchylek ve vlastnostech ostatních orgánů a rozsah úmrtnosti ve vztahu k těmto odchylkám a také odchylky vyskytující se u potomků. Jenom s těmito znalostmi můžeme přistoupit k úvahám o minulosti i budoucnosti příslušného živočicha resp. rodu či druhu.

Od Weldona vyšla myšlenka založení časopisu, který by se věnoval biometrickému zkoumání. Proto 16. listopadu 1899 píše K. Pearsoni: „... *Tvrzení, že čísla neznamenaají nic a v přírodě nic nevyjadřují, je velmi vážné a musí se s ním bojovat. ... Myslíte, že by bylo beznadějně nákladné založit nějaký časopis? ...*“. Založení časopisu *Biometrika* v roce 1901 bylo velmi důležitým jednotícím momentem pro celou biometrickou skupinu. Časopis založený Galtonem, Pearsonem a Weldonem vychází dodnes a stal se prostředím pro publikaci článků nejen z biologie, ale i z dalších vědních disciplin uplatňujících statistické postupy (astronomie, meteorologie, zemědělství a též historie pravděpodobnosti a statistiky). Úvodní články nového časopisu výstižně přibližují dobu na přelomu století, převratný vpád statistiky

⁵⁰ *On certain correlated variations in Carcinus moenas*. Proc. Roy. Soc. 54(1893), 318-329.



Obr. 7: W. F. R. Weldon

do biologie a nadšení těch, kteří za něj byli odpovědni. Zakladatelé časopisu jej okamžitě začali využívat pro publikaci svých zkoumání. Weldonovu osobnost i jeho záměry dobře charakterizuje jeho článek *A first study of natural selection in Clausilia Laminata (Montagu)* publikovaný v prvním ročníku *Biometriky* (str. 110-124) s příkladem konkrétního měření vzájemných poloh a vzdáleností charakteristických bodů na lastuře v titulu uvedeného jména.

V dnešní době bychom k problému korelace závitů na lastuře s jinými charakteristikami přistupovali s větší obezřetností, ale závěry článku dobře odrážejí počáteční nadšení z objevení a aplikace statistických metod na živé organizmy. W. F. R. Weldon zemřel na zápal plic poměrně mladý a uprostřed plné pracovní aktivity.

K. Pearson byl hlavou biometrické školy a především vůdčím duchem biometrické laboratoře při londýnské University College. Její finanční zajištění bylo do značné míry umožněno odkazem bezdětného F. Galtona (zemřel 1906). Pearson byl přímo misionářská postava, fanaticky oddaná šíření biometrického Creda. Jiné školy nebyly tolerovány stejně jako odpadlíci jakkoliv významní. Dlouhodobý byl již naznačený spor s mendelovskou školou o to, zda je třeba se soustředit na diskrétní či spojitě náhodné proměnné. Myšlenka sledovat oba typy byla velmi kacírská. Pearson také nevěřil v existenci genů, jež považoval za metafyzický pojem, a předpokládal, že všechny změny musejí probíhat spojitě. I Galton však připouštěl možnost makroevolučních změn a mendeliány občas také podporoval. Mezi hlavní výsledky Pearsonovy činnosti patří navržení řady dalších rozdělení a na-

lezení postupů pro určení jejich parametrů (zdaleka nebyl bezvýhradným přívržencem normálního rozdělení) i navržení různých procedur k testování hypotéz (především χ^2 -test). Studentův t-test dobré shody zvláště vhodný i pro malé soubory dat je ovšem dílem W.S. Gosseta⁵¹.



Obr. 8: K. Pearson

Jedním ze sporných momentů Pearsonova přístupu k aplikacím statistiky byl jeho vztah ke kauzalitě. Byl totiž přísný pozitivista v linii Ernsta Macha a statistika měla podle něj být pouze modelem lidského poznávání. Nejistota v biologii stejně jako ve společnosti a politice pro něj byla neodmyslitelným jevem podobně jako ve fyzice. Protivníky mu byla také vyčítána nedostatečná znalost biologie (ostatně i jeho matematické postupy často nahrazovaly exaktnost intuicí). Pevně věřil v naprostou universálnost statistiky a cítil se oprávněn zasahovat do všech disciplín včetně poezie, fyziky i společenských věd. Vědu totiž chápal jako soubor správných metod a nikoliv jako souhrn znalostí.

Společnost ovšem statistickým výzkumům příliš nakloněna nebyla, tím spíše, že její postupy byly pro většinu společnosti nesrozumitelné. Jestliže v konkrétních vědeckých oborech mělo užití matematiky již dosti obvyklé a bylo možné statistické postupy vykládat i popularizovat ve vědeckých časopisech, společenské vědy a celá společnost nebyly

⁵¹William Sealey Gosset (1876-1937), irský biolog a statistik, zaměstnaný v dublinském Guinnessově pivovaru. Jeho test byl primárně určen ke zjišťování kvality piva. Udržoval vědecký kontakt s K. Pearsonem i R.A. Fisherem.

na něco takového připraveny. Instruktivní je následující příběh jedné Pearsonovy aplikace statistiky na ožehavý společenský problém (podrobně viz Stigler, 1999). Na počátku minulého století byla velmi rozšířená představa, že prohibice by byla velmi účinným řešením sociálních problémů. Především byl prosazován a lékařskými kruhy podporován názor, že potomci alkoholiků jsou ve vysoké míře mentálně i zdravotně poškozeni a alkoholismus byl považován také za příčinu pomalého populačního růstu; podle některých odhadů by jej prohibice zvýšila až o 25%. Pearson se v roce 1910 rozhodl se svou asistentkou E. M. Eldertonovou tato tvrzení ověřit statistickými prostředky. Využili dvou poměrně rozsáhlých souborů dat zahrnujících kolem 1200 rodin. Prvním byla zpráva charitativní společnosti z Edinburku a druhým data shromážděná zvláštní školou pro mentálně postižené v Manchesteru⁵².

Závěry statistické studie byly dosti provokativní: žádný vliv alkoholismu rodičů na zkoumanou dětskou populaci nebyl zjištěn! Pouze byla konstatována mírně vyšší kojenecká mortalita u notorických alkoholiků. Kojenecká úmrtnost se v takových případech pohybovala kolem 10 až 13%, ale podle autorů studie by střízlivost rodičů celkový populační růst neovlivnila, protože počet porodů v rodinách alkoholiků byl vyšší než průměrný. Dokonce i zdraví dětí z rodin alkoholiků bylo spíše lepší než horší. Autoři podrobně rozebrali řadu možných vlivů na získané výsledky, dobře si vědomi toho, že jejich výběr nebyl nestranný. To by ovšem nemuselo být na závadu, protože zejména v případě manchesterské skupiny byly zkoumány právě rodiny postižené mentálně narušenými potomky a tedy alkoholismus rodičů by měl být zvýšený. Studie byla vydána jako publikace Galtonovy laboratoře pro národní eugeniku vzápětí po vydání vzbudila kritickou pozornost. Během následujících dvou let o ní probíhala diskuse v odborném tisku a o jejích výsledcích referoval i denní tisk. Překvapivě

⁵²Data z Edinburku byla založena na údajích sebraných sociálními pracovníky, kteří navštívili rodiny všech žáků navštěvujících jednu místní školu s údajně širokým sociálním rozvrstvením studentů. Data obsahovala výšky a váhy dětí, postihovala úroveň jejich inteligence i zdravotní stav a také vztah rodičů k alkoholu. Ti podle něj byli rozděleni do tří skupin: abstinenti a velmi mírní konzumenti, podezřelí z alkoholismu a mírní pijáci, notoričtí alkoholici. Počet sledovaných rodin byl 600, řada z nich měla ve škole více dětí než jedno.

Data z Manchesteru se týkala mentálně postižených dětí navštěvujících zvláštní školu, zahrnovala však vedle rodičů také všechny jejich sourozence, počet rodin přesahoval 600.

se první negativní reakce ozvala z řad Eugenické společnosti. Ačkoliv podle záměru autorů měla obrátit pozornost právě k eugenickým zásadám, tato společnost ji odmítla jako zcela nevěrohodnou a pouze prokazující neschopnost biometrie řešit společenské problémy. Ze strany ekonomů cambridgeské univerzity byl dlouhodobě zpochybňován pro studii zcela nepodstatný údaj o praktické rovnosti mezd těžkých alkoholiků a mírných alkoholiků či abstinentů a dále byla kritizována lokalizace dat (Edinburk jako město s mimořádně nízkou životní úrovní, Manchester pro výběr rodin s mentálně postiženými potomky), ačkoliv takto cílený výběr byl spíše předností než nedostatkem dat. Přesto, že autoři své výsledky v rámci jimi samými specifikované omezenosti v diskusi obhájili, anglická společnost ji nepřijala a dále se věnovala podpoře omezení konzumu alkoholu či zavedení prohibice. Potvrdilo se tak dodnes platné pravidlo, že společnost přijímá jen ty výsledky statistických výzkumů, které podporují její ideové trendy. Studie, které prosazované názory zpochybňují, nebo popírají, přijaty nejsou. Jinými slovy, statistika je tu od toho, aby potvrdila, co už víme.

Další významnou postavou britské statistiky je Ronald Aylmer Fisher (1890-1962). I pro něj byla výchozím bodem zkoumání vazba mezi evoluční biologii a statistikou, jeho přístup se však od Pearsonova značně lišil. Zatímco pozitivista Pearson kladl důraz na velký rozsah datových souborů a prosté pozorování vztahů mezi náhodnými proměnnými, Fisher svazoval statistiku s cíleným experimentem a snahou odhalit příčiny, jichž pozorované korelace byly důsledkem. Přitom vycházel z malých souborů a pro ně vypracovával vhodné statistické metody, z nichž je patrně nejznámější metoda maximální věrohodnosti. Původně byl vedoucím statistikem Galtonovy biometrické laboratoře vedené Pearsonem, v roce 1919 však pro spory s ním odchází do zemědělské výzkumné laboratoře v Rothamstedu. Nevhodnost parametrických přístupů (tj. založených na předem vybraném rozdělení, jehož parametry se pak určují z velkých datových souborů) pro zemědělská data s nepočitelnými výběrovými soubory kritizoval v roce 1918 rakouský statistik Emanuel Czuber (1851-1925) a Fisherovy práce jsou reakcí na tuto oprávněnou kritiku. Zaměřuje se na malé výběry a nachází řadu vhodných výběrových statistik. Dále se zabývá plánováním experimentu se zřetelem na kladenou otázku, jež jím má být zodpovězena. Základem jsou tři postupy, totiž opakování (replikace), oblastní výběr a náhodnost při volbě oblastí. Při oblastním výběru jsou zá-

sadně srovnávána pouze data ze stejné oblasti. Spor mezi náhodností či systematikou ve volbě oblasti ještě stále trvá. Dalším Fisherovým přínosem je analýza variance, při níž se od sebe pokouší oddělit chybovou složku od složky odpovídající sledovanému vlivu.

Biometrické metody našly své uplatnění také v psychologii. Ta se v druhé polovině XIX. století rozvíjela především v Německu zásluhou E. H. Webera⁵³, G. T. Fechnera⁵⁴ a posléze W. Wundta⁵⁵ pod názvem *experimentální psychologie*. Weber sleduje způsoby, kterými nervový systém zpracovává vnější podněty, např. schopnost hmatu rozlišit vnější doteky ve dvou místech a zjišťuje velké rozdíly na povrchu těla (1 mm na jazyku, 32 mm na hřbetě ruky, 68 mm uprostřed zad) či mezí schopnost rozlišit dvě různé váhy. Podle Weberova zákona je vzruch S (např. schopnost rozlišení dvou vah B_2, B_1) úměrný relativní velikosti podnětu, tj. poměru $(B_2 - B_1)/B_1$.

Fechner se věnuje (zpočátku nezávisle) podobné problematice a dospívá k diferenciálnímu tvaru zákona, tj. $dS \approx dB/B$ nebo-li $S = k \ln B$ (Weberův-Fechnerův zákon). Podobné úvahy se objevují již u Daniela Bernoulliho v roce 1738, když při vysvětlování petrohradského paradoxu konstatuje, že lákavost zisku při hře je nepřímo úměrná bohatství hráče.

Anglická psychologická škola se v souladu se svým zaměřením věnovala především testování mentálních schopností a analýze individuálních rozdílů s využitím regresních a korelačních technik; odtud název *korelační* či také *diferenciální psychologie*. Galton předpokládá, že i duševní schopnosti (intelligence) se řídí normálním rozdělením. Přitom používal jednoduché analogie: Quetelet prokázal, že tímto rozdělením se řídí fyzický vzrůst a tedy i velikost mozku, odtud tedy i nadání i intelligence. Normální rozdělení bylo i v pozdější době přednostně používáno v psychologických testech.

Mezi oběma školami založenými na statistice a pravděpodobnosti však existovaly nejméně dva podstatné rozdíly. V experimentální psy-

⁵³Ernst Heinrich Weber (1795-1878), německý profesor anatomie a fysiologie.

⁵⁴Gustav Theodor Fechner (1801-1887), vzděláním praktický lékař, posléze se zabýval chemií, fyzikou, fysiologií a filosofií, pod jménem Dr. Mises též literaturou. Hlavní vědecké dílo jsou *Základy psychofyziky* (1860).

⁵⁵Wilhelm Wundt (1832-1920), německý filosof a psycholog, bývá poněkud neprávem nazýván „otcem experimentální psychologie“, o jejíž obecné uznání se ovšem výrazně zasloužil. Vycházel z prací Webera a Fechnera, založil první laborator experimentální psychologie (1879).

chologii byla variabilita výsledků považována za rozptyl experimentů kolem určité „správné“ hodnoty charakterizující sledovaný reálný proces, a případná asymetrie rozdělení byla obecně přijímána. Naproti tomu v anglické diferenciální psychologii byla variabilita chápána jako reálně existující a plnící úkol hybné síly evoluce; přitom normální rozdělení dat bylo povinné.

6. Závěr

Současný podíl statistiky ve všech oblastech života je dnes značně vysoký a anglická biometrická škola mimořádně silně ovlivnila vývoj statistické teorie v celém dvacátém století. Na jedné straně vypracovávala metodiku vyšetřování velkých výběrových mikroskopických souborů (struktura živých tkání) s omezenou variabilitou vlastností ve srovnání s neživou hmotou a proto vyžadujících velmi přesné metody. Na druhé straně v lékařství i v zemědělství jsou k dispozici jen neopakovatelné a velmi málo početné výběry, vyžadující zcela specifické přístupy. Představa o obecné platnosti normálního rozdělení, kterou biometrická škola propagovala, může ovšem být velmi zavádějící, a to zvláště tam, kde sledovaná vlastnost není jednoduše kvantifikovatelná. Hodnocení lidské inteligence a její testování pomocí inteligenčních kvocientů s předepsaným normálním rozdělením je zvláště markantním příkladem hlubokého nepochopení statistických možností⁵⁶.

Dalším nedostatkem, vyskytujícím se i v moderní biologii, je představa, že zákonitosti procesů v neživé hmotě lze jednoduše přenášet i na živé organizmy. Např. známý italský matematik V. Volterra (1860-1940) se pokoušel na základě poznatků z mechaniky popsat interakci dravců a jejich obětí na základě dat o populacích ryb ve Středozemním moři po I. světové válce. Při tomto přístupu se obvykle zpočátku najde částečná shoda s výchozími daty, pro něž je teorie vymyšlena, a pak následují další zobecnění, v tomto případě to bylo na Darwinův přirozený výběr. Úspěch teorie se sice nedostavil, ale opuštěna a zapomenuta byla až po desetiletích.

Využití statistiky farmaceutickým průmyslem není rovněž jedno-

⁵⁶Na XII. semináři o filozofických otázkách matematiky a fyziky byla tato problematika rovněž součástí přednášky o statistice v živém těle. V tomto textu je vynechána a bude publikována samostatně. Odkaz Gould (1981) je tomuto tématu celý věnován.

duché, protože jak již v XIX. století upozornil lékař a statistik Johannes A. von Kries (1853-1928), při zkoumání účinnosti léků na testované skupině pacientů narážíme na různá stadia choroby v různě reagujících organizmech atd. Navíc je stále častější falšování či zatajování výsledků farmaceutickými firmami.

Ještě dříve než se statistika stala odvětvím matematiky, byla součástí sociální politiky i finanční politiky států. Má dodnes velký vliv na společnost a usnadňuje centralizaci moci, údajně jedině schopné řešit celospolečenské problémy. Přitom matematický podklad i korektnost dat (kvalita výběru, hodnocené faktory) jsou často sporné. Problém vztahu individua ke společnosti, její diverzifikace podle národnostních skupin a ras, náboženství, výchovy – vše je málo prokázáno, ale má vysokou schopnost stát se ideologií. Metodologie zkoumání je obtížná, zvláště v situaci kolektivního ovlivňování medií a tlaku statistických dat neověřené či neověřitelné kvality.

Statistika je tedy stále ještě ve svých počátcích a často je spíše zneužívána, než využívána pro dobro společnosti i jednotlivců. Do značné míry je to způsobováno malou pozorností, která jí je věnována ve školách navzdory tomu, že procesy, které se pokouší popsat, hrají v životě každého z nás zcela zásadní roli.

Literatura

- [1] Flegr, J., *Zamrzlá revoluce*, Academia, Praha, 2006.
- [2] Flegr, J., *Základy evoluční biologie*, Academia, Praha, 2005.
- [3] Galton, F., (1853n), všechny knihy, články, biografie atd. lze stáhnout na <http://galton.org/>.
- [4] Gould, J.S. , *Dinosaur in a Haystack*, Jonathan Cape, London 1996 [Dinosauři v kupce sena. Academia, Praha 2005].
- [5] Gould, J.S., *The Mismeasure of Man* Norton, New York 1981 [Jak neměřit člověka. Nakladatelství LN, Praha 1998].
- [6] Guerrini, A., *Archibald Pitcairne and Newtonian Medicine*, Medical History 31, 1987, 70-83.
- [7] Mačák, K., *Počátky počtu pravděpodobnosti*, Prometheus, Praha, 1997.
- [8] Orel, V., *Gregor Mendel a počátky genetiky*, Academia, Praha, 2003.

- [9] Saxl, I., Ilucová, L., *Abraham De Moivre*, In: M. Bečvářová, J. Bečvář (Eds.) *Matematika v proměnách věků V. matfyzpres*, Praha, 2007, 6-55.
- [10] Saxl, I., Ilucová, L., *Historie grafického zobrazování dat*, In: M. Bečvářová, J. Bečvář (Eds.) *Matematika v proměnách věků V. matfyzpres*, Praha, 2007, 97-136.
- [11] Stigler, S.M., *Statistics on the Table*, Harvard University Press, Cambridge (Mass.), 1999.

VÝUKA DIFERENCIÁLNÍHO A INTEGRÁLNÍHO POČTU NA GYMNÁZIÍCH 1900 – 2000

DAG HRUBÝ

Dříve než přistoupím k ohlášenému tématu, rád bych připomněl několik zajímavých úloh ze stereometrie, protože jsem v letošním školním roce stereometrii vyučoval.

Příklad 1:

Vypočtěte objem a povrch kváдру, jsou-li délky jeho hran kořeny rovnice

$$x^3 - 12x^2 + 47x - 60 = 0.$$

Řešení:

Po chvíli jistě nalezneme rozklad

$$x^3 - 12x^2 + 47x - 60 = (x - 3)(x - 4)(x - 5)$$

Odtud již snadno plyne $V = abc = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 30$ a podobně pak pro povrch $S = 2(ab + ac + bc) = 2(3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5) = 94$. Příklad lze ovšem vyřešit jiným způsobem, který využívá vlastnosti kořenů algebraických rovnic. V kubické rovnici $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ jest

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= -p \\x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 &= q \\x_1x_2x_3 &= -r\end{aligned}$$

Koeficienty q a r již bezprostředně souvisí s hledaným objemem V a povrchem S .

$$\begin{aligned}S &= 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) = 2 \cdot q = 2 \cdot 47 = 94 \\V &= x_1x_2x_3 = -r = -(-60) = 60\end{aligned}$$

Příklad 2:

Vypočtěte objem kváдру, jsou-li dány obsahy jeho stěn S_1, S_2, S_3 .

Řešení:

$$S_1 S_2 S_3 = ab \cdot ac \cdot bc = (abc)^2 = V^2$$

$$V = \sqrt{S_1 S_2 S_3}.$$

Tento příklad asi není tak zajímavý jako předcházející. Můžeme ho přijmout jako drobné oživení výuky.

Příklad 3:

Rotační kužel výšky v plove na vodě. Jak hluboko je ponořen, je-li jeho hustota ϱ ? [$x = v\sqrt[3]{\varrho}$]

Řešení:

Předpokládejme, že kužel je ponořen ve vodě vrcholem dolů. Ponořená část kužele je tedy opět kužel s poloměrem r_1 a výškou x . Z Archimedova zákona zřejmě plyne

$$\frac{1}{3}\pi r^2 v \varrho = \frac{1}{3}\pi r_1^2 x,$$

kde r, v jsou poloměr a výška kužele, r_1 je poloměr hladinové kružnice a x je hledaná hloubka ponoru. Z podobnosti obou kuželů a následné podobnosti příslušných trojúhelníků plyne

$$\frac{r}{r_1} = \frac{v}{x}.$$

Po úpravě a dosazení dostáváme

$$x = v\sqrt[3]{\varrho}.$$

Příklad může sloužit jako úvod do široké diskuze týkající se plavání těles. V této souvislosti bych rád upozornil na článek [1].

Historické poznámky

V časopise *Acta Eruditorum*, který vycházel od roku 1682 v Lipsku, vyšel v roce 1684 článek Gottfrieda Wilhelma Leibnize (1646 - 1716):

„Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulae pro illi calculi genus“. (Nová metoda pro maxima a minima, jakož i pro tečny, která platí i pro lomené a iracionální hodnoty, a pozoruhodný

způsob kalkulu k tomuto účelu).

Tento článek byl první publikací z diferenciálního počtu. Je zajímavé, že v názvu článku není slovo funkce. V roce 1684 nebyl pojem funkce zdaleka jednoznačně chápán a byl používán v různých souvislostech, zejména v geometrických. Zájemcům o historii funkce lze doporučit práci [2]. V této práci je datováno pravděpodobné první použití pojmu funkce do roku 1673. Jedná se o Leibnizův rukopis.

Kdysi napsal Leibniz Petrovi I:

„I když jsem měl často možnost působit na politické a právnícké půdě a významná knížata se občas držela mé rady, přesto jsem dával přednost vědě a umění, protože ony neustále zvyšují slávu boží a lidské blaho ... věda a řemeslo jsou skutečnými poklady lidského rodu, protože pomocí nich umění přemáhá přírodu a civilizované národy se liší od barbarských. Od dětství jsem měl rád vědu, zabýval jsem se jí a měl jsem štěstí ... učinit různé a velmi důležité objevy, vychválené v tisku významnými lidmi. Škoda, že jsem nenašel silného státníka, kterého by tyto věci zajímaly v dostatečné míře“.

Zdá se, že s léty se Leibnizova hodnocení měnila. Dlouho dával prioritu politice před vědou, ale život ho krutě naučil jaká je nevděčná pozice vědce v paláci. Jeho hrob je dodnes neznámý, i když to byl člověk, který obohatil svět o ne jeden vědecký objev. V době náboženských sporů a pronásledování bojoval Leibniz za snášenlivost a usmíření. V době těžkých bojů a masového vraždění pracoval na uskutečnění dalekosáhlých mírových plánů. V době absolutistické vlády vytvářel ideál společnosti založené na rovnosti. To vše ve jménu vědy a vědeckého pokroku. To vše ve jménu rozumu.[3]

Pojem funkce se stal základním pojmem matematické analýzy až zásluhou Eulera. Není naším cílem se podrobněji zabývat historií diferenciálního a integrálního počtu a proto se přesuneme do 19. století, které bývá charakterizováno jako století aritmetizace matematické analýzy. Velkou zásluhu na tom má Carl Theodor Wilhelm Weierstrass (1815 –1897). Dynamický pojem limity založený na výrazech „libovolně blízko“, „když se blíží“ byl nahrazen statickým pojmem „ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ právě když ...“. Z matematické analýzy se vytratilo přesvědčení o pravdivosti založené na intuici a každé tvrzení se začalo dokazovat. Technika (ε, δ) získala matematiky, kteří si ji velmi

rychle oblíbili a široce využili. Tato okolnost je velmi důležitá pro učitele matematiky středních škol, na kterých se základy diferenciálního a integrálního počtu vyučují. Lze doporučit, aby výuka kopírovala historický vývoj a preferovala dynamický přístup a šetřila s (ε, δ) . Mám zkušenost, že žáci pomocí grafů funkcí snadněji pochopí limity jako jsou $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x}$, než limitu $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$.

První systematické výklady diferenciálního a integrálního počtu v Čechách jsou spjaté se jmény Josef Stepling (1716 – 1778) a Jan Tesánek (1728 – 1788), kteří mimo jiné působili v pražském Klementinu. V roce 1768 vydal Stepling „Diferenciální počet“ (Differentiarum minimarum, quantitatum variantium Calculus directus, vulgo differentialis). Problematicke integrálního počtu je věnována práce „Exercitationes geometrico – annalyticae“, která vyšla v Praze 1751.

První česky psané učebnice matematiky pro střední školy napsali Václav Šimerka (1819 – 1887) a Václav Janděčka (1820 – 1898). Václav Šimerka předložil v době svého působení na gymnáziu v Českých Budějovicích (suplující učitel) školským úřadům ke schválení rukopis učebnice algebry, do něhož zařadil též úvodní výklad o diferenciálním a integrálním počtu. Školské úřady neschválily zařazení infinitezimálního počtu do středoškolské učebnice a proto Šimerka rukopis upravil a vydal dvě učebnice. První z nich *Algebra čili počtářství obecné pro vyšší gymnasia a školy reálné* (1863) obsahovala jen učivo pro střední školy závazné, zatímco druhá z nich *Přídavek k Algebře* (1864) obsahující výklad o infinitezimálním počtu byla schválena jen jako kniha pomocná. Šimerka je autorem prvního česky psaného poučení o infinitezimálním počtu a byl prvním školským pracovníkem, který usiloval o jeho zařazení do středoškolského učiva.

Reformní snahy v Evropě na přelomu 19. a 20. století

Snahy o reformu vyučování matematice se v evropských vyspělých zemích objevují od 60. let 19. století. Mezi hlavní představitele náleží německý matematik Felix KLEIN (1849 – 1925). Ve své disertaci doporučuje, aby na střední škole byli žáci seznamováni s analytickou geometrií a deskriptivní geometrií. V nástupní přednášce na univerzitě v Erlangen říká, že je nutné pozvednout matematické vzdělání na vysokých i středních školách na vyšší teoretickou úroveň tak, aby bylo v souladu s dosaženými vědeckými poznatky. V roce 1886 na uni-

versitě v Göttingen vznikla pravděpodobně první katedra didaktiky matematiky a také myšlenka dalšího vzdělávání středoškolských profesorů formou přednášek a prázdninových kurzů. V roce 1892 začíná Klein organizovat kurzy pro středoškolské profesory matematiky.

Otázky vyučování matematice se dostaly do popředí na 3. mezinárodním kongresu matematiků v roce 1904 v Heidelbergu. O výsledcích práce sekce pro vyučování matematice referoval německý matematik A. Gutzmer. Snahy po novém uspořádání výuky matematiky se těší velké pozornosti v mnoha zemích Evropy. August GUTZMER (1860 – 1924), německý matematik, pracoval v německé komisi pro vyučování matematice a přírodovědným předmětům. Je zajímavé, že se stal nástupce G. Cantora na univerzitě v Halle.

Na shromáždění německých přírodovědců a lékařů ve Vratislavi v roce 1904 vznikla německé komise pro vyučování matematice a přírodovědným předmětům. Této komisi předložil Klein návrh na reformu matematicko-fyzikálního vzdělávání. Komise pracovala do roku 1907 pod vedením A. Gutzmera, ale Klein v ní měl velký vliv. Činnost komise vyústila v reformní návrh na úpravu středoškolského matematicko-přírodovědného vzdělání, který byl zveřejněn a přijat na shromáždění německých přírodovědců a lékařů v Meranu v roce 1905.

Meránský program

(Návrh německé komise pro vyučování matematice a přírodovědným předmětům na reformu středoškolského matematicko-přírodovědného vzdělávání)

Program připisuje matematice ve středoškolském vzdělání jedno z klíčových postavení a její úkoly vidí zejména v **rozvíjení prostorové představivosti a logického a funkčního myšlení**. Meránské návrhy se staly východiskem dalších reforem a výrazně ovlivnily výuku matematiky v Evropě. Je zajímavé, že do jednotného učebního plánu střední školy byly zařazeny elementární poznatky o funkcích a prvky infinitesimálního počtu poprvé v roce 1902 ve Francii, tedy dva roky před konferencí v Meranu.

České země se zapojily do celoevropského proudu reforem přírodovědného vzdělávání již od jeho počátku. Hlavní roli sehrála od svého vzniku v roce 1862 JČMF. Díky vhodně vedené odborné a organizační

činnosti Jednoty dosáhla úroveň výuky matematiky na českých středních školách úrovně předních evropských zemích. Hovoříme-li o zapojení českých zemí do reformního hnutí ve vyučování matematice, pak nejde jen o pasivní přejímání reformních návrhů ze zahraničí, hlavně z Německa, ale i o příspěvky českých matematiků k reformnímu dění ve světě. Na 9. německo-rakouském středoškolském dnu ve Vídni 9. dubna 1906 přednesl školní rada Karel Zahradníček tzv. „Pražské návrhy“ (Prager Vorschläge, *Österreichische Mittelschule, 1906, str. 189-259*). Návrhy byly obsaženy v přednášce „**K otázce infinitezimálního počtu na rakouské střední škole**“. V přednášce obhajoval Karel Zahradníček zařazení prvků infinitezimálního počtu do osnov středoškolské matematiky. Odvolával se na názory a zkušenosti svoje i svých kolegů, ale také na zprávy německé komise pro vyučování matematice i na závěry jednání této komise formulované v meránském programu z roku 1905. Tyto skutečnosti svědčí zároveň i o tom, že česká matematická veřejnost byla o reformním dění dobře informována. V závěru přednášky, který byl formulován ve dvou bodech, se jednoznačně vyslovuje pro zavedení základů infinitezimálního počtu do středoškolské matematiky a žádá přítomné o vyzkoušení jeho návrhů ve školské praxi:

- I. Je velmi žádoucí, aby ve středoškolské matematice byl obsažen pojem funkce a prvky diferenciálního a integrálního počtu; je to nutné při moderním pojetí didaktiky matematiky, má-li odpovídat současnému vědeckému pojetí a je to nutné i pro použití matematiky ve fyzice, která svým charakterem spadá do oblasti infinitezimální analýzy, jejíž metody zde mohou být jednoduše užity.
- II. Na základě uvedené zprávy prosím vážené kolegy učitele, kteří jsou přesvědčeni o nutnosti reformovat matematické vzdělání navrženým směrem, aby ve své vlastní školní praxi použili ve vymezených hranicích metody matematické analýzy buďto podle vlastního uvážení, nebo podle výběru, který by provedly oba vídeňské středoškolské spolky – Střední škola a Reálná škola. Získané zkušenosti by měly být vzaty na zřetel při navrhování nových učebních plánů pro střední školy i při tvorbě učebních pomůcek, zvláště učebnic matematiky.

O Karlu Zahradníčkovi, školním radovi, nejsou autorovi tohoto příspěvku známy žádné životopisné údaje, a proto uvítá každou informaci týkající se jeho života.

Marchetova reforma

V učebních plánech matematiky pro gymnázia v českých zemích se setkáváme s pojmem funkce a se základy diferenciálního a integrálního počtu až po roce 1909. Souvisí to z tzv. Marchetovou reformou školství. Tato reforma byla poslední úpravou středního školství v habsburské monarchii. Gustav Marchet (1846-1916) byl rakouský ministr kultu a vyučování. Ministerstvo kultu a vyučování uskutečnilo ve dnech 21. – 25. 1. 1908 anketu. V anketě se střetávaly dva hlavní proudy. První usiloval o jednotnou střední školu, druhý vycházel z vazby na vysoké školy a viděl řešení v rozmanitosti typů středních škol podle orientace na praxi. Závěrem ankety bylo doporučení ponechat dosavadní typy středních škol, tj. osmitřídní gymnázia a sedmitřídní reálku, a reformovat jejich osnovy. Nejpodstatnějšími změnami jsou ty, které vyplynuly z přijetí tzv. meránského programu. Šlo především o **zavedení pojmu funkce a základů diferenciálního a integrálního počtu**. V kvartě se poprvé objevuje pojem **lineární funkce** a používá se ke grafickému řešení lineárních rovnic. Do roku 1945 se neobjevuje v učebnicích gymnázií pojem inverzní funkce.

V roce 1933 byly vydány nové osnovy pro vyšší stupeň střední školy. Výrazně se na nich podílel **Bohumil Bydžovský** (1880 – 1969). Byly rozšířeny partie věnované elementárním funkcím. Vedle kvadratické funkce se objevuje funkce exponenciální a logaritmická. Číselný obor byl rozšířen na čísla komplexní. Z upravených učebnic algebry a aritmetiky vydávaných JČMF byl po roce 1933 vyjmut infinitesimální počet, který zůstal zařazen jen v učebnicích geometrie.

Učebnice matematiky v letech 1948 – 1998

1948

Školský zákon z roku 1948 zavádí jednotné základní devítileté vzdělání pro veškerou mládež od šesti do patnácti let, na které pak navazovalo čtyřleté gymnázium.

Učebnice matematiky:

Matematika pro I. třídu gymnasií (Čech a kol., Státní nakladatelství učebnic, Praha 1951)

Matematika pro II. třídu gymnasií (Čech a kol., Státní nakladatelství učebnic, Praha 1951)

Matematika pro III. třídu gymnasií (Čech a kol., Státní nakladatelství učebnic, Praha 1951)

Matematika pro IV. třídu gymnasií (Čech a kol., Státní nakladatelství učebnic, Praha 1951)

1953

Reforma z roku 1953 chce zajistit pro většinu mládeže úplné jedenáctileté střední vzdělání. Prakticky většina mládeže navštěvovala jenom osmiletou střední školu od šesti do čtrnácti let. Základní devítileté povinné vzdělání bylo redukováno na osm let. Pro vysoké školy a některá povolání připravovala *Jedenáctiletá střední škola, JSŠ*. Tedy škola o dva roky kratší než ta, která poskytovala všeobecnou vzdělávací přípravu podle reformy z roku 1948. Gymnázia byla zrušena. Proti cyklickým osnovám byly vyvedávány osnovy lineární.

Úvod do diferenciálního a integrálního počtu byl z osnov matematiky vypuštěn.

Učebnice matematiky:

Algebra (pro devátý až jedenáctý postupný ročník, Holubář, Hradecký, Kolibiar, Krňan za redakce Zelinky, Hruši a Metelky, SPN, Praha 1954)

Geometrie (pro devátý až jedenáctý postupný ročník, Vyšín, Dlouhý, Metelka, Urban za redakce Zelinky, Hruši a Metelky, SPN, Praha 1954)

V učebnici „Algebra“ je v 9. ročníku zaveden pojem funkce jako předpis. Probírají se funkce lineární, kvadratická a nepřímá úměrnost. V 10. ročníku pak funkce exponenciální a logaritmické. V 11. ročníku je vyložen pojem posloupnosti včetně limity posloupnosti.

1960

Školský zákon z roku 1960 rozlišuje základní vzdělání v základní devítileté škole a střední a vyšší vzdělání na odborných školách a tříletých *Středních všeobecně vzdělávacích školách, SVVŠ*.

Učebnice matematiky:

Matematika pro I. ročník SVVŠ(Zedek, Krňan, Svoboda, Rován, SPN, Praha 1964)

Matematika pro II. ročník SVVŠ(Kabele, Mikulčák, Bartoš, Daňková, Krňan, SPN, Praha 1964, v roce 1969 rozšířena platnost i na gymnázia)

Matematika pro III. ročník SVVŠ, větev přírodovědná (Kraemer, Hájek, Veselý, Voříšek, Zöldy, SPN, Praha 1967, v roce 1969 rozšířena platnost i na gymnázia)

V učebnici „Matematika pro III. roč.“ je kapitola II. Úvod do matematické analýzy (str.128 – 219), která je členěna takto:

1. Funkce
2. Spojitost funkce
3. Limita funkce
4. Derivace funkce
5. Průběh funkce
6. Ukázka užití diferenciálního počtu
7. Neurčitý integrál
8. Poučení o integrálu určitém

V učebnici je konvence (ε, δ) .

1968

Střední všeobecně vzdělávací škola byla rozšířena na školu čtyřletou a byl jí vrácen název gymnázium.

Čtyřletá gymnázia, komentáře k učebnicím matematiky při SVVŠ

Komentář pro učitele k používání učebnic matematiky pro I. ročník SVVŠ v I. ročníku gymnasií (Dlouhý, Franěk, Mikulčák, Smida, Vyšín, Zedek, SPN, Praha 1969, od školního roku 1969/1970).

Komentář pro učitele k používání učebnic matematiky pro SVVŠ ve II. ročníku gymnasií (Odvárko, Mikulčák, Šedivý, Vyšín, SPN, Praha 1970, od školního roku 1970/1971).

Komentář pro 2. ročník obsahuje kapitoly:

Binární relace

Zobrazení a funkce

Vlastnosti funkcí. Racionální funkce

Funkce exponenciální, logaritmická. Funkce goniometrické.

Při definování pojmu funkce se vychází z posloupnosti: uspořádaná dvojice – kartézský součin – binární relace – zobrazení – funkce.

1970

Prof. RNDr. Beloslav Riečan, DrSc.

Poslední vážná diskuze o tom, zda základy diferenciálního a integrálního počtu patří do učebního plánu gymnázia. Nakonec převážil argument, že v zahraničí se diferenciální a integrální počet zavádí do středoškolské výuky v čím dál větší míře, a to i v zemích, kde tomu tak dříve nebylo. Protože se základy diferenciálního a integrálního počtu v té době u nás vyučovaly, ponechaly se v osnovách nadále. Problém byl, jak začlenit toto učivo do nové koncepce vyučování matematice, ve které začaly hrát významnou úlohu množiny. Dalším důvodem je příprava žáků na vysokoškolské studium. Na většině vysokých škol, zejména technického typu, se diferenciální a integrální počet vyučuje ve velmi zhuštěné formě. Během krátké doby se studenti setkají s velkým množstvím látky. Je proto vítané, jestliže se žáci s problematikou diferenciálního a integrálního počtu seznámí už dříve, na střední škole.

Komentár pre učiteľov na používanie učebníc matematiky pre SVŠ v 3. ročníku gymnázia (Vyšín a kol. SPN, Bratislava 1971, od školského roku 1971/1972).

Komentár pro 3. ročník obsahuje kapitolu IV. Úvod do diferenciálního a integrálního počtu, str. 62 – 92. Kapitola je členěna na články:

- 4.1 Funkce a její graf
- 4.2 Limita a spojitost funkce
- 4.3 Derivace funkce, neurčitý integrál
- 4.4 Průběh funkce
- 4.5 Ukázky použití diferenciálního počtu
 - 4.5.1 Přibližné řešení rovnic
 - 4.5.2 L'Hospitalovo pravidlo
- 4.6 Obsah rovinných útvarů
- 4.7 Určitý integrál
- 4.8 Objem rotačních těles

Komentár pre učiteľov na používanie učebníc matematiky pre SVŠ vo 4. ročníku gymnázia (Vyšín, Riečan, Šedivý, Zítek, SPN, Bratislava 1972, od školského roku 1972/1973).

Komentár pro 4. ročník obsahuje kapitolu VI. Funkce, str. 87-139. Kapitola je členěna na články:

- A. Pojem funkce, inverzní funkce
- B. Derivace funkce
- C. Průběh funkce
- D. Polynomické funkce
- E. Exponenciální a logaritmická funkce
- F. Goniometrické funkce
- G. Neurčitý integrál
- H. Míra a integrál

J. Derivace implicitní funkce

Kapitola nepřináší obsahově nic nového, důraz je kladen na řešení příkladů. Doporučená hodinová dotace pro tuto kapitolu je 12 hodin pro učitele na území ČSR a 15 hodin pro učitele na území SSR. Nestejný počet hodin je dán různými učebními plány.

1976

Další rozvoj československé výchovně vzdělávací soustavy. V tomto dokumentu je opět zkrácena základní škola na osmiletou. Všeobecná školní docházka je prodloužena na deset let.

1977

Nové učebnice matematiky pro gymnázia.

Matematika pro I. ročník gymnázia. Sešit 1.

(Šedivý, Lukátšová, Richtáriková, Židek, SPN, Praha 1977)

Matematika pro I. ročník gymnázia. Sešit 2.

(Šedivý, Blažek, Lukátšová, Richtáriková, Vocolka, SPN, Praha 1978)

Matematika pro gymnázia. Sešit 3.

(Odvárko, Fořt, Novák, SPN, Praha 1978, učebnice pro II. ročník)

Při definování pojmu funkce se vychází z posloupnosti: uspořádaná dvojice – kartézský součin – binární relace – zobrazení – funkce. V historických poznámkách na str. 35 je poznamenáno, že pojem funkce je poprvé použit v roce 1673 v jedné z prací *G. W. Leibnize*.

Matematika pro gymnázia. Sešit 4/1.

(Hejný, Hanula, Dekrét, SPN, Praha 1978, učebnice pro II. ročník)

Matematika pro gymnázia. Sešit 4/2.

(Božek, Maxian, SPN, Praha 1980)

Matematika pro gymnázia. Sešit 5.

(Medek, Sivošová, SPN, Praha 1979, učebnice pro III. ročník)

Matematika pro gymnázia. Sešit 6/1.

(Sýkora, Odvárko, Smida, SPN, Praha 1979, učebnice pro III. a IV. ročník)

Matematika pro gymnázia. Sešit 6/2.

(Sýkora, Odvárko, Smida, SPN, Praha 1978, učebnice pro III. a IV. ročník)

Matematika pro gymnázia. Sešit 7.

(Riečan, Vaňatová, SPN, Praha 1980)

Učebnice je členěna následovně:

1. Limita a spojitost funkce
2. Diferenciální počet
3. Integrální počet

V učebnici není nikde použito konvence (ε, δ) , pracuje se s pojmem okolí, které je definováno jako jistá množina. Kapitola 2 obsahuje článek „Derivace funkce určené implicitně“, chybí L'Hospitalovo pravidlo.

Matematika pro gymnázia. Sešit 8.

(Šedivý, Medek, Odvárko, Riečan, Sýkora, SPN, Praha 1980, učebnice pro IV. ročník)

1984

Nové učebnice matematiky pro gymnázia.

Matematika pro I. ročník gymnázií.

(Smida, Lukátšová, Šedivý, Vocelka, SPN, Praha 1984)

Matematika pro II. ročník gymnázií.

(Odvárko, Božek, Ryšánková, Smida, SPN, Praha 1985)

V učebnici není nikde použito pojmu binární relace, na str. 49 je poprvé a naposled použit symbol $A \times B$. Funkce je definována jako zobrazení f množiny M do množiny R . V historických poznámkách na str. 77 je poznamenáno, že pojem funkce je poprvé použit v roce 1673 v jedné z prací *G. W. Leibnize*.

Matematika pro III. ročník gymnázií.

(Šedivý, Bocko, Boček, Mannová, Müllerová, Polák, Riečan, SPN, Praha 1986)

Matematika pro IV. ročník gymnázií.

(Riečan, Bero, Smida, Šedivý, SPN, Praha 1987)

Učebnice je členěna následovně:

1. Diferenciální počet
2. Integrální počet
3. Komplexní čísla
4. Rovnice
5. Systematizace základních poznatků z logiky
6. Systematizace poznatků o řešení rovnic a nerovnic
7. Systematizace poznatků o řešení geometrických úloh
8. Systematizace poznatků o řešení slovních úloh

V učebnici není nikde použito konvence (ε, δ) , pracuje se s pojmem okolí, které je definováno jako interval. Kapitola 1 obsahuje článek „Derivace funkce určené implicitně“ a v závěru kapitoly je zmíněno L'Hospitalovo pravidlo.

1989

Nové učebnice matematiky pro gymnázia.

Matematika pro I. ročník gymnázií. Funkce I.

(Odvárko, SPN, Praha 1989)

Matematika pro II. ročník gymnázií. Funkce II.

(Odvárko, SPN, Praha 1989)

Matematika pro II. ročník gymnázií. Geometrie v prostoru.

(Božek, SPN, Praha 1989)

Matematika pro II. ročník gymnázií. Kombinatorika.

(Smida, SPN, Praha 1989)

Matematika pro III. ročník gymnázií. Posloupnosti a řady reálných čísel.

(Smida, SPN, Praha 1989)

1992

Nové učebnice matematiky pro gymnázia.

Matematika pro gymnázia. Základní poznatky z matematiky.

(Bušek, Boček, Calda, SPN, Praha 1992, 1. vydání)

(Bušek, Boček, Calda, Prometheus, Praha 1994, 2. vydání)

(Bušek, Calda, Prometheus, Praha 1999, 3. upravené vydání)

Matematika pro gymnázia. Rovnice a nerovnice.

(Boček, Bočková, Charvát, Prometheus, Praha 1994, 1. vydání)

(Boček, Charvát, Zhouf, Prometheus, Praha 1999, 3. přepracované vydání)

Matematika pro gymnázia. Funkce.

(Odvárko, JČMF, Praha 1993, 1. vydání)

(Odvárko, Prometheus, Praha 1999, 3. upravené vydání)

Matematika pro gymnázia. Planimetrie.

(Pomykalová, JČMF, Praha 1993, 1. vydání)

(Pomykalová, Prometheus, Praha 1994, 2. vydání)

Matematika pro gymnázia. Goniometrie.

(Odvárko, Prometheus, Praha 1994, 1. vydání)

Matematika pro gymnázia. Stereometrie.

(Pomykalová, JČMF, Praha 1995, 1. vydání)

Matematika pro gymnázia. Komplexní čísla.

(Calda, Prometheus, Praha 1994, 1. vydání)

(Calda, Prometheus, Praha 1995, 2. vydání)

Matematika pro gymnázia. Analytická geometrie.

(Kočandrle, Boček, Prometheus, Praha 1995, 1. vydání)

(Kočandrle, Boček, Prometheus, Praha 2000, dotisk 2. upraveného vydání)

Matematika pro gymnázia. Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika.

(Calda, Dupač, JČMF, Praha 1993, 1. vydání)

(Calda, Dupač, Prometheus, Praha 1994, 2. vydání)

(Calda, Dupač, Prometheus, Praha 1999, 4. upravené vydání)

Matematika pro gymnázia. Posloupnosti a řady.

(Odvárko, Prometheus, Praha 1995, 1. vydání)

(Odvárko, Prometheus, Praha 1996, dotisk 1. vydání)

Matematika pro gymnázia. Diferenciální a integrální počet.

(Hrubý, Kubát, Prometheus, Praha 1997, 1. vydání)

Této učebnici se budeme nyní věnovat podrobněji. Učebnice *Diferenciální a integrální počet* je poslední z řady tématicky psaných učebnic pro vyšší gymnázia, které vydalo nakladatelství PROMETHEUS v Praze v letech 1994 – 1997. Cílem učebnice je podat základy diferenciálního a integrálního počtu na úrovni odpovídající studentům nejvyšších ročníků gymnázií.

Zařazení základů diferenciálního a integrálního počtu do gymnaziálních osnov matematiky má velkou tradici nejen u nás, ale i v zahraničí. Jistým problémem je ale skutečnost, že současný rozsah gymnaziální matematiky není na jednotlivých školách stejný, mimo jiné závisí i na dotaci hodin v jednotlivých ročnících 4-letého, 6-letého a 8-letého studia. Podle mého názoru je existenční minimum pro výklad základů diferenciálního a integrálního počtu 50 vyučovacích hodin. Lze tedy předpokládat, že na některých gymnáziích bude část tohoto tematického celku vyložena v rámci volitelného předmětu.

Je třeba si uvědomit, že i ten nejmenší obsah a rozsah diferenciálního a integrálního počtu na střední škole vyžaduje zavedení mnoha nových pojmů. Původní snahou autorů učebnice bylo vyložit některé pojmy pomocí motivačních příkladů, někdy i intuitivně s vědomím, že tak bude číněno na úkor přesnosti. Průběh recenzního řízení ale ukázal, že přesnost výkladu nových pojmů a určitý systém musí být zachovány. Otázka přesnosti (vědeckosti) výkladu matematiky na střední škole je ale velké téma, které by vyžadovalo samostatné pojednání. Rozsah probraného učiva podle této učebnice bude tedy záležet nejen na zaměření třídy a na počtu hodin, ale také na tom, jaký vztah má učitel k učivu matematické analýzy. Autoři učebnice jsou přesvědčeni, že většina učitelů matematiky vyučuje diferenciální a integrální počet ráda, že jim přináší radost a uspokojení.

Učivo je členěno do šesti kapitol: *Elementární funkce*, *Spojitosť funkce*, *Limita funkce*, *Derivace funkce*, *Primitivní funkce*, *Určitý integrál*. Ke každé kapitole je připojena řada příkladů k procvičení učiva. Vedle přehledu použité symboliky obsahuje učebnice historickou poznámku, výsledky úloh a rejstřík. K členění učebnice poznamenejme, že autoři zastávají názor, aby tematické celky spojitost a limita byly

vyloženy samostatně s tím, že nejdříve je vhodné vyložit téma spojitost a potom téma limita. Je samozřejmé, že při výkladu pojmu limita se ke spojitosti vrátíme a důležitý vztah mezi spojitostí a limitou pečlivě vysvětlíme. Dále je zcela záměrně vypuštěn z názvu kapitol pojem neurčitý integrál. Autoři zde respektují připomínky recenzentů, kteří se přiklání k názoru, že pojem neurčitého integrálu je historicky překonaný a že lze plně vystačit s pojmem primitivní funkce.

Elementární funkce

V kapitole jsou připomenuty základní vlastnosti a uveden přehled elementárních funkcí. Jsou zdůrazněny pojmy *rovnost funkcí* a *složená funkce*. Pojem rovnosti se zdá natolik jednoduchý, že bývá někdy při výkladu podceňován, a to nejen u funkcí. Doporučujeme věnovat tomuto pojmu rozhodně pozornost. Autoři učebnice si jsou vědomi toho, že všichni kolegové asi nepřijmou *Poznámku 1* na straně 17. Jistě by se nic nestalo, kdyby v učebnici tato poznámka nebyla. Charakter tohoto příspěvku však neumožňuje se k tomuto problému podrobněji vyjádřit. Na rozdíl od *Poznámky 1* pokládám *Poznámku 2* na straně 17, která se týká liché odmocniny ze záporného čísla, za velice důležitou a doporučuji tento problém se žáky obsírně probrat.

Spojitost funkce

Úvod této kapitoly je věnován pojmu okolí bodu, který je poměrně názorný a jednoduchý. Při recenzním řízení se objevil problém v případě množiny $(a - \delta, a) \cup (a, a + \delta)$. Lze hovořit v tomto případě ještě o okolí bodu a ? Názor autorů učebnice, že se jedná o okolí bodu a , které neobsahuje bod a , neprošel, a proto není v učebnici množina $(a - \delta, a) \cup (a, a + \delta)$ nazývána okolím bodu. Co se týká pojmu *spojitost funkce*, tak problém nepřinášejí výroky týkající se spojitosti funkce v bodě a , ale výroky týkající se nespojitosti. Lze např. říci, že funkce $f: y = \frac{1}{x}$ není spojitá v bodě 0, není ale už pravda, že bod 0 je bodem nespojitosti této funkce. Připomeňme, že bodem nespojitosti funkce f rozumíme takový bod $x_0 \in D_f$, ve kterém funkce f není spojitá. Jestliže bod $x_0 \notin D_f$, pak o spojitosti funkce f v tomto bodě nemá smysl mluvit.[1]

Dominantou celé kapitoly je ale *Věta Bolzanova-Weierstrassova*,

zejména pak její důsledek, který nám umožňuje elegantním způsobem řešit řadu problémů týkajících se nerovnic a rovnic. Autoři učebnice se domnívají, že právě z těchto důvodů je důležité věnovat spojitosti funkce odpovídající pozornost. Výkladu pojmu *Spojitosť funkce* doporučuji věnovat 5-6 vyučovacíh hodin.

Limita funkce

Po vyslovení definice limity funkce v bodě je věnován prostor souvislosti mezi spojitostí funkce a limitou funkce. Za nejvýznamnější tvrzení této úvodní části je třeba pokládat větu, kterou autoři nazvali větou o limitě dvou funkcí.

Věta o limitě dvou funkcí. Jestliže $\forall x \in U(a, \delta) - \{a\}$ platí, že $f(x) = g(x)$ a současně $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$, potom má v bodě a limitu i funkce f a platí $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$.

Tato věta nám výrazným způsobem rozšiřuje naše možnosti počítání limit. Zde je vhodná příležitost vrátit se k pojmu rovnosti dvou funkcí. Vedle počítání limit racionálních lomených funkcí je věnována pozornost limitě $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ včetně její geometrické interpretace.

Cílem kapitoly není ovšem bezduché počítání limit typu $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$, které více méně slouží k procvičení operací s mnohočleny, což je jistě důležité, ale k hlubšímu chápání pojmu limita už tolik nepřispívá. Přednost by rozhodně měly dostat limity

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{1}{x}$$

i za cenu omezení teoretického výkladu. Dostáváme se tak k významnému dualismu týkajícího se souvislosti mezi limitou funkce a grafem funkce. Na základě znalosti grafu funkce mohu odhadnout limity v nevlastních bodech a jednostranné limity v bodech, ve kterých není funkce definována, ale je definována v levém nebo pravém okolí těchto bodů. Samozřejmě za předpokladu, že tyto limity existují. Naopak, na základě znalosti limit mohu učinit jisté závěry o grafu funkce. Osobně zde vidím těžiště celé kapitoly. Již nyní můžeme zkoumat do jisté míry grafy celé řady funkcí, aniž by bylo použito pojmu derivace funkce. Je to zároveň ukáзка argumentace proti případným dotazům, na co že ty limity potřebujeme.

V učebnici je uvedeno všech 15 základních typů limity funkce. Pro pořádek je zde uvádím.

$$\begin{array}{lll}
 \lim_{x \rightarrow a} f(x) = A & \lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty & \lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty \\
 \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = A & \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = +\infty & \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = -\infty \\
 \lim_{x \rightarrow a-} f(x) = A & \lim_{x \rightarrow a-} f(x) = +\infty & \lim_{x \rightarrow a-} f(x) = -\infty \\
 \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A & \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty & \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \\
 \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A & \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty & \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty
 \end{array}$$

Posledním článkem této kapitoly je věnován asymptotám a tečně grafu funkce. Toto téma představuje konkrétní využití limity funkce a proto je také do této kapitoly zařazeno. Rovnici tečny $y - y_0 = k_T(x - x_0)$ lze se žáky probrat ještě před derivací funkce. Při výpočtu limity $k_T = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ můžeme zatím žákům zatajit, že se jedná o derivaci. Pokud budete v časové tísní, je možné tento článek celý vynechat.

Derivace funkce

V úvodu kapitoly je zdůrazněna fyzikální interpretace derivace, protože pojem tečny byl diskutován u limity funkce a zde je pouze připomenut. Je zaveden pojem derivace funkce v uzavřeném intervalu z důvodu jeho budoucí potřeby při definici určitého integrálu. Proto jsou v učebnici uvedeny i jednostranné derivace funkce v bodě, což se může jevit jako nadbytečné. Řekl bych, že to je daň, kterou je třeba zaplatit, aby učebnice, i když je jen úvodem do dané problematiky, představovala jistý ucelený systém poznatků.

Z článku *Derivace elementárních funkcí* bych rád upozornil na větu týkající se derivace konstantní funkce.

Pro funkci $f: y = c, c \in R$, platí $y' = 0$.

$$\text{Důkaz: } \forall x_0 \in R : y'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{c-c}{h} = 0$$

Mám takovou zkušenost, že tato věta je většinou učiteli vnímána ve tvaru $A \Leftrightarrow B$ a v tomto smyslu s ní také pracují. To je sice v pořádku, ale je třeba si uvědomit, že výše uvedený důkaz je pouze důkazem věty $A \Rightarrow B$, t.j. „Je-li f funkce konstantní, pak její derivace je rovna nule.“ Uveďme nyní i větu obrácenou $B \Rightarrow A$ k výše uvedené větě včetně jejího důkazu.

Platí-li $f'(x) = 0$ pro každé $x \in (a, b)$, potom f je konstantní funkce.

Důkaz: Důkaz provedeme sporem. Předpokládáme, že $f'(x) = 0$ a současně funkce f není konstantní. Z toho plyne, že existují takové body $u, v \in (a, b)$, že $f(u) \neq f(v)$. Podle Lagrangeovy věty existuje takový bod $w \in (a, b)$, že platí

$$f'(w) = \frac{f(v) - f(u)}{v - u} \neq 0,$$

což je spor s předpokladem, že $f'(x) = 0$ v (a, b) .

Obě tyto věty jsou v učebnici uvedeny. Dovedu si představit některé hlasy, které budou tuto diskusi pokládat za zcela zbytečnou. Přiznávám, že jsem v minulosti k této větě rovněž takto nepřistupoval. Domnívám se však, že přístup uvedený výše představuje onu míru přesnosti, kterou je nutno v učebnici dodržet. Za tyto poznatky patří poděkování recenzentům učebnice, zejména pak doc. dr. Jiřímu Jarníkovi, CSc., který nás na tento problém upozornil.

Článek *Průběh funkce* je možné samozřejmě přizpůsobit situaci ve třídě. Rovněž doporučený postup při vyšetřování průběhu funkce uvedený na straně 117 si každý vyučující upraví podle svých představ a zkušeností.

Primitivní funkce

Pokud autoři učebnice zažili během recenzního řízení největší překvapení, pak nastalo v této kapitole. Jak již bylo zmíněno v úvodu tohoto článku, recenzenti pokládají pojem *neurčitý integrál* za nevhodný. Je pravda, že při hlubším zkoumání odhalíme celou řadu problémů, které tento pojem přináší, přinejmenším jeho mnohoznačnost. Nicméně se nám zdál požadavek na „zrušení“ neurčitého integrálu jako nepřiměřený. Nakonec jsme argumentaci recenzentů přijali a tak nám zůstala v učebnici pouze primitivní funkce. V této souvislosti zájemcům doporučuji článek Jana Maříka [2]. Pro pobavení uvádím malou ukázkou z tohoto článku.

$\int 2 \sin x \cos x dx = \int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \int \sin v dv = -\frac{1}{2} \cos v = -\frac{1}{2} \cos 2x$, avšak substituce $w = \sin x$ dá $\int 2 \sin x \cos x dx = \int 2w dw = w^2 = (\sin x)^2$, tedy $(\sin x)^2 = -\frac{1}{2} \cos 2x$.

Z integračních metod je uvedena substituce a metoda per partes. V případě substituce se mohou jevit některé zápisy jako příliš těžkopádné. Problém je v tom, že nebyl zaveden pojem diferenciálu funkce

a proto není zřejmě zcela korektní místo rovnosti $\frac{dt}{dx} = g'(x)$ psát rovnost $dt = g'(x)dx$. Tento problém je vysvětlen na straně 146.

Určitý integrál

Autoři učebnice dlouho váhali, zda se držet postupu, který byl použit v předcházejících učebnicích a vyložit pojem určitého integrálu v duchu tzv. Riemannovy součtové definice určitého integrálu. I když tento postup má své přednosti, domníváme se, že zejména závěrečné úvahy vedoucí k pojmu určitého integrálu jsou poměrně složité a vyžadovaly by zavedení dalších pojmů jako je *supremum a infimum množiny*. Nakonec bylo rozhodnuto zvolit výklad, který je možné nazvat Newtonovou definicí určitého integrálu. Nejtěžší na celém výkladu je pochopit, že vztah $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta S(x)}{\Delta x} = \frac{dS(x)}{dx}$, (viz. učebnice str. 151-152), tj. derivace funkce $S(x)$, je důsledkem rovnosti derivace funkce $S(x)$ zprava a derivace funkce $S(x)$ zleva. Jinak tento postup není o nic abstraktnější, než součtová definice. Navíc je zřejmě stručnější, což je zajímavá informace pro nakladatelství. Po definici následují základní vlastnosti určitého integrálu a je vysvětlena metoda per partes a metoda substituční pro určitý integrál. Z aplikací určitého integrálu je uveden výpočet obsahu rovinného útvaru a výpočet objemu rotačního tělesa.

Na závěr uvádím obsah celé učebnice.

DIFERENCIÁLNÍ POČET

1 Elementární funkce

- 1.1 Základní vlastnosti funkcí
- 1.2 Přehled elementárních funkcí

2 Spojitost funkce

- 2.1 Okolí bodu
- 2.2 Spojitost funkce v bodě
- 2.3 Spojitost funkce v intervalu

3 Limita funkce

- 3.1 Limita funkce v bodě
- 3.2 Limita funkce v nevlastním bodě
- 3.3 Užití limity funkce

4 Derivace funkce

- 4.1 Derivace funkce v bodě

4.2 Derivace elementárních funkcí

4.3 Průběh funkce

4.5 Užití diferenciálního počtu

INTEGRÁLNÍ POČET

5 Primitivní funkce

5.1 Pojem primitivní funkce

5.2 Základní primitivní funkce

5.3 Integrační metody

6 Určitý integrál

6.1 Pojem určitého integrálu

6.2 Výpočet určitých integrálů

6.3 Užití integrálního počtu

Literatura

- [1] Novák, J.: Rozhledy matematicko přírodovědecké, 26 (1947), 79.
- [2] Kopáčková, A.: Fylogeneze pojmu funkce. *In Dějiny matematiky, svazek 16. Prometheus, Praha 2001.*
- [3] Známl, Š.: Pohl'ad do dejín matematiky. ALFA, Bratislava 1986.

MATEMATIKA, VZDĚLANOST A VZDĚLÁVÁNÍ¹

JINDŘICH BEČVÁŘ

Příspěvek je zaměřen na kritiku některých současných jevů ve školství a vzdělávání – všestranné snižování požadavků, soustavné reformování, zatracování faktografických znalostí a důsledného procvičování dovedností, úpadek vyjadřovacích schopností, nedůslednosti ve výchově studentů i doktorandů atd.

Úvod

V tomto článku bych se rád věnoval některým současným problémům školství a vzdělávací činnosti, které výrazně ovlivňují naši práci, práci učitelů matematiky.

Můj příspěvek je zaměřen na několik témat, která mě tíží, a o nichž předpokládám, že trápí i učitele základních a středních škol.

Důrazně upozorňuji, že se téměř vůbec nebudu zmiňovat o skutečnostech, které v dnešním školství považuji za pozitivní. Nebudu tedy chválit. Budu značně kritický, zejména k některým názorům, které nám jsou dnes a denně vnucovány. Nerad bych, aby byla tato stať chápána negativně, ale jako varování, výzva k zamyšlení a k opravě.

Snižování požadavků

Tlak společnosti na soustavné zvyšování počtu studentů a absolventů středních a vysokých škol, financování škol podle počtu studentů a velké možnosti cestování a vydělávání peněz, které někteří studenti zneužívají, jsou podle mého názoru závažnými faktory, které negativně ovlivňují proces vzdělávání. Jejich důsledkem je *soustavné snižování požadavků na znalosti a dovednosti* studentů při přijímacích řízeních, pokud tato ještě existují, při následném studiu i při závěrečných zkouškách všech typů. Domnívám se, že případné zavedení školného tyto

¹Red. pozn.: Stručná informace o následujících příspěvcích J. Bečváře a P. Piňhy je v Předmluvě. J. Bečvář doplnil své příspěvky poznámkami na konci jednotlivých textů.

problémy ještě prohloubí; spíše by napomohlo zavedení vhodně stanovených a stupňovaných poplatků za opravné zkoušky.

Je obecně známo, že mnohé školy usilují všemi možnými prostředky o získání a udržení co největšího počtu studentů. Tato situace je silně demotivující a mnozí studenti ji zneužívají, neboť dobře vědí, že na nějakou školu se dostanou a pokud to jen trochu půjde, škola je ze studia nevyhodí. Již přijetí ke studiu je mnohdy zárukou úspěšného absolvování té které školy. Některé školy nevyloučí ze studia ani toho, kdo má velký počet neomluvených hodin, neplní své povinnosti a podvádí.

Můžeme hovořit o „nastavení parametrů“ souvisejících s *kvantitou*, ale nikoli s *kvalitou*. Většího procenta studentů a absolventů středních či vysokých škol totiž dosahujeme hlavně *snižováním latky* a *tolerováním neseriózního přístupu ke studiu*. O celkovém *zvýšení vzdělanosti populace* nemůže být řeč.

K všestrannému snižování úrovně studia vede nutně i to, že na střední školy přicházejí studenti, kteří nejsou ze základních škol na středoškolské studium řádně připraveni, absolventi středních škol nejsou připraveni ke studiu na školách vysokých. Řada studentů navíc *není mentálně pro příslušné studium zralá*. Mnozí ani *nechtějí studovat*, jde jim jen o *diplom*. Někteří nevědí, kolik práce skutečné studium obnáší, jiní to sice tuší, ale nejsou ochotni tolik času a energie do studia investovat.

Skutečný hlad po vědění a živelnou touhu se vzdělávat má jen malé procento populace. Poměrně málo studentů plní své studijní povinnosti na devadesát až sto procent, většina na padesát až devadesát procent a mnoho studentů jen pod padesát procent. Jsem přesvědčen, že snížením požadavků se výše uvedená situace v podstatě nezmění: opět bude jen několik studentů plnit své povinnosti na devadesát až sto procent, většina na padesát až devadesát procent a mnoho studentů pod padesát procent. *Čím méně po studentech chceme, tím méně dožíváme.*

Studenty je třeba nejrozumnějšími způsoby ke vzdělávání *motivovat, inspirovat, přesvědčovat o kráse a užitečnosti vědění*, vést je k zodpovědnému plnění rozumně vymezených povinností. To je patrně nejzávažnějším a nejtěžším naším úkolem, velkou roli zde hraje *osobnost učitele* a zejména jeho *osobní příklad*.

Ke studentům je nutné přistupovat *diferencovaně*, co platí na jednoho žáka, neplatí na druhého. Přestože jsou požadavky na znalosti

a dovednosti studentů stále měkčí, snažme se klást individuálně vyšší nároky na ty studenty, kteří jsou schopni a ochotni podávat v tom kterém předmětu vyšší výkon. K práci je třeba studenty někdy i trochu „přitlačit“. Většina z nich to později ocení.

Reformování

Našemu školství nesvědčí neustálé reformování. K němu docházelo ve velké míře za minulého režimu a dochází k němu s nezmenšenou intenzitou i dnes. Východní vzory byly zaměněny za vzory západní, rutinovani reformátoři úspěšně změnili svou orientaci, přibyli k nim obdobní reformátoři další generace a navíc tzv. školští podnikatelé. Obávám se, že většině těchto lidí vůbec nejde o naše školství a vzdělanost, ale pouze o vlastní prospěch, kariéru, důležitost.

Pedagogičtí odborníci (naši i zahraniční) mění čas od času pojmy a termíny své vědy, posouvají jejich význam, sepisují nové práce více méně o tomtéž tak, že jen modifikují a „překládají“ své starší statě do „nového“ jazyka (osnovy, studijní plány, metodické pokyny, kurikula, standardy, kompetence, rámcové vzdělávací programy, školské vzdělávací programy atd. atd. ad infinitum). Výsledky své činnosti se bohužel snaží prosadit do praxe. Jejich snahy jsou pochopitelné, i oni mají povinnost vykazovat počty publikací, citací i své aktivity v experimentování a reformování.

Výsledky jejich činnosti však dopadají na mnoho dalších školských pracovníků, zejména na ředitele a učitele, kterým je tím většinou jen komplikován život, na žáky a studenty, na jejich rodiče a celou společnost.

Cílem školských podnikatelů, jako kterýchkoli jiných podnikatelů, je vydělávat peníze. Jejich šlechetná starost o stav našeho školství je většinou jen rétorikou a reklamou. Náš stát musí dát jejich aktivitám jasná pravidla a vymezit přesné mantinely.

Školští podnikatelé se soustřeďují zejména na prodávání nejrůznějších materiálů (hlavně testů, nyní i školských vzdělávacích programů), snaží se o povinné zavedení svých produktů na školy. Často postupují v úzké součinnosti s reformátory a ministerskými úředníky, kteří jim připravují půdu (např. prosazováním těch či oněch testů na prověřování znalostí a dovedností na nejrůznějších stupních a typech škol – žáci, studenti či školy musí platit přípravu a následné vyhodnocování

testů).

Pedagogičtí reformátoři i školští podnikatelé velmi často kritizují znalosti faktografické, zpochybňují důsledné a soustavné procvičování dovedností. Z neúspěchu vzdělávací činnosti viní především školu a učitele, „zapomínají“ připomenout malou snahu samotných žáků a studentů, vliv rodičů a celospolečenskou situaci, která vytváří podmínky i atmosféru, v níž vzdělávání probíhá. Jejich bojovnost podporovaná velmi často sdělovacími prostředky a často i rodiči žáků a studentů naše školství devastuje. Kvalitní a nároční učitelé jsou pod tímto trvalým tlakem soustavně nuceni snižovat své nároky, někteří ze škol odcházejí, nepřizpůsobiví učitelé mají na svých školách většinou problémy, ostatní učitelé se snaží „pružně se přizpůsobit“ jakékoli situaci. Mnozí absolventi učitelského studia z řady důvodů do škol vůbec nenastupují. O to víc je třeba si vážit těch učitelů, kteří drží vysokou laťku, učí dobře a s nadšením a odolávají vnějším tlakům.

V poslední době dopadla na základní a střední školy, jejich ředitele a učitele povinnost tvorby tzv. *školských vzdělávacích programů*, formulují se tzv. *kompetence*. Myslím, že se ve většině případů jedná pouze o sepisování *formálních slohových cvičení*. To učitele jednak znechucuje, jednak odvádí od jejich vlastní práce – od důkladné přípravy na výuku, od zadávání a opravování domácích úkolů, od přípravy a opravování prověrek, slohových prací atd., od individuálního přístupu k žákům a studentům a v neposlední řadě od jejich vlastního odborného studia a všestranného rozšiřování obzorů.

Důsledkem zavedení školských vzdělávacích programů bude patrně další rozrůznění programů i úrovní jednotlivých škol. Při narůstající mobilitě obyvatelstva, po které se stále volá a ke které snad dojde v důsledku pohybu populace za prací, budou mít děti větší a větší problémy při přechodu z jedné školy do druhé, neboť se jednotlivé školy budou často diametrálně lišit. Úrovní, charakterem, skladbou předmětů, jejich časovým řazením atd. Obávám se, že se od dřívější jednotné školy vzdálíme více, než je zdravo (princip kyvadla). Stručně řečeno: diferenciaci ano, ale v rozumné míře.

Jsme rovněž svědky závažné reformy – rozdělení vysokoškolského studia na bakalářský a magisterský stupeň. Domnívám se, že čas, energie i prostředky, které byly do tohoto rozdělení v řadě oborů vloženy, nejsou dostatečně vyváženy přínosem této reformy. Zejména pro studium učitelství všeobecně vzdělávacích předmětů nemá rozdělení na

bakalářský a magisterský stupeň rozumný smysl. Na druhé straně je vznik řady bakalářských oborů, které mají rozumný výstup, patrně pozitivním jevem, neboť umožňují maturantům zvýšení kvalifikace.

Sdělovací prostředky

Neblahou roli hrají sdělovací prostředky svou povrchností, neobjektivitou, honbou za senzacími a kontroverzními názory. Dávají velký prostor pavědám, různým šarlatánům, pochybným reformátorům, svoji pozornost zaměřují většinou jen na formální stránky vzdělávání, např. kolik studentů bylo nebo nebylo ke studiu přijato apod. Přispívají rovněž k všestrannému podrývání morálky, a to mimo jiné i relativizováním čehokoli.

Vytvářejí atmosféru zaměřenou proti poctivému vzdělávání, proti škole a učitelům, zpochybňují klasickou vzdělanost, tradiční koncepci vzdělávání, výchovu ke kázni a zodpovědnosti, význam matematiky, přírodovědného a technického vzdělávání, ztracují rozvíjení paměti, soustavný a důsledný nácvik nejrozumnějších dovedností, zadávání domácích úkolů, domácí přípravu, někdy i povinnou školní docházku. Přispívají ke zpochybňování klasických výukových disciplín, propagují neuvážené a nepřipravené spojování jednotlivých předmětů, zavádění nejrozumnějších „náhražkových“ předmětů, únikových studijních témat, problematických výukových metod atd.

Jednostranně zdůrazňují *práva žáků a povinnosti učitele*, o *právech učitelů a povinnostech žáků* však většinou mlčí.

Veškerá média s potěšením poskytují prostor „slavným lidem“, kteří se arogantně chlubí svými školními neúspěchy, svými neznalostmi, svou averzí vůči vzdělanosti. Postrádám větší množství seriózních televizních pořadů o vědě, o práci vědců a učitelů. Jejich cílem by mělo být vzdělávat diváky, upozorňovat na ušlechtilé hodnoty a pozitivně motivovat mladou generaci.

Náš problém je i v tom, že jsme se ještě nenaučili vnímat všechny projevy světa, který se u nás již druhé desetiletí utváří. Některým jevům přikládáme bohužel větší význam než zasluhují, např. tomu, co prezentuje televize. Ta často informuje jen o negativních událostech a my pak máme pocit, že dobré věci se vůbec nedějí.

Vyučovat jen tomu, co je potřebné pro život

Neustálé snižování nároků bývá zdůvodňováno sloganem *Vyučovat jen tomu, co je potřebné pro život*. Tento požadavek slyšíme a čteme velmi často, bývá bohužel zneužíván nejen proti matematice a přírodním vědám, ale i proti dějinám apod. V souvislosti s výše zmíněným snižováním úrovně vzdělávání jsme svědky nejrůznějších návrhů na redukci počtu výukových hodin učiva klasických předmětů, zejména matematiky. I někteří učitelé matematiky navrhuji např. vynechat na střední škole učivo o kvadratické rovnici či výuku algoritmu dělení na škole základní. Přitom jsou obě výše uvedená témata pro matematiku a rozvoj myšlení velmi plodná; míním tím názorné a inspirující odvození vzorce pro kořeny kvadratické rovnice (tzv. převedení na úplný čtverec, a to algebraické i geometrické) a poukázání na geometrické a analytické souvislosti (tj. parabola a její poloha vůči ose x), či pochopení toho, co je to algoritmus. Právě takováto témata mohou některé žáky oslnit krásou a logikou matematiky, viděním souvislostí, pochopením příčin, úspěšností algoritmického myšlení. A takovýchto témat se má škola zbavit? Je třeba si též uvědomit, že výsledkem pochopení a ovládnutí určitého souboru faktů a dovedností je *metodické poznání*, které má obecný charakter a s výchozím souborem faktů a dovedností má již jen málo společného.

Pokud se nad sloganem *Vyučovat jen tomu, co je potřebné pro život* hlouběji zamyslíme, uvědomíme si, že ze školních vědomostí využije každý z nás ve skutečném životě opravdu jen nepatrnou část. Pokud ovšem pojmy *život* a *potřebovat pro život* chápeme doslovně a velmi zjednodušeně.

Autor těchto řádků ke své základní existenci opravdu nepotřeboval vědět, kdo byla a co napsala Božena Němcová nebo Ernest Hemingway, kdo byl Gaius Julius Caesar, Karel IV., že existuje Antarktida, Pamír a Ohňová země, jaký je vzorec vody a kyseliny sírové, jak vypadá treпка, vraní oko čtyřlisté, jak funguje noha havrana a jak se pozná čedič. V běžném životě nevyužil ani Pythagorovu větu, ani Archimédův zákon a nevyřešil žádnou kvadratickou rovnici.

Všechny poznatky a dovednosti získané ve škole i mimo ni však jeho život výrazně obohatily, přispěly k jeho všeobecnému rozhledu, vnitřnímu uspokojení a obrátily jeho pozornost k ušlechtilým hodnotám, o které však nejde hned v první řadě. Podstaně ovlivnily jeho

vidění světa i způsoby potýkání se s ním.

Požadavek *Vyučovat jen tomu, co je potřebné pro život* je třeba v jeho primitivní podobě, tj. tak, jak bývá nejčastěji prezentován, zcela zásadně odmítnout jako naprosto pochybený. Ti, co tento požadavek hlásají, jej většinou užívají jako základní argument pro redukci některých předmětů a pro posílení jiných.

Je třeba si uvědomit, že vůbec není jasné, co se rozumí pod pojmem *život* a co tedy potom znamená být *potřebný pro život*, a že to, co je potřebné pro život jednoho jedince nemusí být potřebné pro život jiného jedince. A o jaký život se jedná? O ten současný nebo o ten budoucí? Víme, jaký bude život populace, kterou dnes ve školách vychováváme, např. za padesát let? A víme, co pro takový život bude potřebné?

Jsem přesvědčen, že základní a střední škola má do značné míry poskytovat všeobecné vzdělání, střední školy mají být navíc diferencovaně orientovány k budoucímu uplatnění (nebo dalšímu studiu) svých absolventů.

Na základní a střední škole je důležité ukazovat krásu všestranného vědění, které náš život obohacuje, demonstrovat pestrou škálu nejrůznějších dovedností. Praktický život škola reflektovat musí, ale zdaleka ne ve veškerém vyučovacím čase.

Snad by pomohlo, kdyby některý z našich časopisů vyzval své čtenáře k zasílání příspěvků zaměřených právě na téma „co z matematiky je opravdu potřebné pro život“; příspěvky by však musely být věcné, stručné a konkrétní.

Faktografické znalosti a paměť

Již řadu let je voláno po razantním omezování tzv. *faktografických vědomostí*, hanlivě se hovoří o nesmyslném *biflování*. Je módní zesměšňovat jakékoliv *hlubší znalosti*. Někdy dokonce slyšíme, že nemáme učit vůbec žádná fakta, ale pouze sdělovat, kde je najít. V tom případě bychom mohli po nástupu dětí do první třídy všem sdělit: „Jsou knihovny, je internet, jděte domů!“ A všechny školy ihned zrušit!

Důsledkem razantní redukce faktů ve škole je *postupná likvidace paměti*. Je to nebezpečný experiment, kterému podrobujeme další generace; nevíme, jaké důsledky může mít. Nevíme, jak nejrozumněji paměť cvičit, jaká fakta jsou v dnešní rychle se měnící době nejuži-

tečnější. Víme, že mechanickou paměť je třeba rozvíjet do puberty, později je to obtížné, paměť je však třeba nadále „udržovat“.

Domnívám se, že rozvíjení a soustavné cvičení paměti je velmi důležité pro rozvoj mozku a myšlení. Za starých časů byla paměť ve škole cvičena soustavným vstřebáváním a opakováním faktů, ať již se jednalo o memorování básní, učení se hlavních měst států, slovíček, posloupností panovníků, historických událostí apod. Některé tématické oblasti určené k memorování je možno označit za užitečné, alespoň z hlediska obecně kulturního (historie, literatura apod.), jiné za více méně samoúčelné (např. dlouhé seznamy plodin, které se kde pěstují, seznamy průmyslových odvětví, která jsou kde rozvíjena).

Postrádám krátké, stručné a věcné články, které by přesvědčivě zdůvodňovaly, proč máme či nemáme při výuce matematiky věnovat čas a energii tomu kterému tématu. Diskuse na toto téma by mohla být vyhlášena některým z našich časopisů.

Fakta, myšlení, práce s informacemi

Místo *vyučování faktům* máme prý *učit myslet*. Nelze však myslet bez vědomostí, stejně jako nelze vařit z prázdné lednice a prázdné spíže. Nutným předpokladem myšlení jsou *schémata uspořádaných poznatků* v naší mysli. Kdo občas sepisuje nějaký odborný text, jistě potvrdí, jak těžce se formulují myšlenky, čerpáme-li vědomosti o tématu, které nám není blízké, pouze z několika rozložených knih nebo internetových stránek, protože je nemáme aktivně uloženy v potřebných souvislostech ve své mysli. Rovněž diskuse o jakémkoli tématu bez znalosti příslušných faktů a souvislostí je jen mlácením prázdné slámy a nemá valné ceny. Bez znalosti faktů si nelze o čemkoli udělat správnou představu. Je zbytečné planě diskutovat o poválečném odsunu, nemají-li diskutující hlubší znalosti o událostech předchozího desetiletí. Redukce výuky historie může mít horší důsledky než neznalost matematiky. Všeobecná nechuť k výuce dat a faktů je zneužívána k výraznému pokroucení historie – demagogové všeho druhu mají volné pole působnosti.

Fakta je dobré vyučovat v logických souvislostech a v nejrůznějších vazbách, schématech a strukturách, časových posloupnostech. Tak se jednotlivé poznatky lépe pamatují, navzájem se „podporují“ a současně se již navozuje myšlení o nich. Připomeňme např. logickou podstatu vzorců pro obsahy rovinných útvarů (obsahy jednoduchých ro-

vinných útvarů se převádějí na obsah vhodného obdélníka) a vztah mezi vzorci pro obsahy rovinných útvarů a vzorci pro objemy těles (obsah základny násobený výškou, případně ještě koeficientem $1/3$ u jehlanu a kužele, resp. koeficientem $2/3$ u koule). Zmíněný tematický celek je souhrnem většího počtu faktů podporovaných logickými souvislostmi, které dobře demonstrují matematické myšlení. Zdůrazněme, že právě matematika rozvíjí různé myšlenkové postupy (kauzální, algoritmické, pravděpodobnostní a statistické myšlení, existenční a konstruktivní důkazy, důkazy sporem, kvantifikace atd.).

Souhrn informací, údajů a poznatků podaných bez souvislostí, struktury a vazeb je pouze neužitečnou *tříští faktů*. Nelze analyzovat a vyhodnocovat fakta, která neznáme v příslušných souvislostech. Výuka poskytující jen nesourodou a neuspořádanou tříšť faktů studentům mnoho nepřináší. Takovou výuku je třeba odsoudit.

Někdy je zdůrazňováno, že místo *faktů* máme učit *práci s informacemi*. Veškeré informace jsou však rovněž fakta. Zavrhneme-li fakta, jak máme pracovat s informacemi?

Práce s informacemi je v rychle se měnící době stále důležitější. Nejde však pouze o jejich vyhledávání – od klasických způsobů až po ty nejmodernější, ale zejména o jejich porovnávání, zvažování jejich správnosti, serióznosti, významu, nalézání nejrůznějších souvislostí, příčin a důsledků, případně důvodů šíření atd. Z tisíců různě obsáhlých a někdy i protichůdných informací je třeba v krátkém čase umět vyhledat ty pravé.

Novou informaci, pokud je pro nás důležitá, bychom měli umět ve své mysli někam zařadit, konfrontovat ji se strukturou příbuzných faktů.

Člověk nevzdělaný, nepoznamenaný patřičnou průpravou, se v záplavě informací, balastu reklam a propagandy všeho druhu těžko orientuje. Zejména tehdy, když je nepoznamenan faktů. Takový člověk je velmi snadno manipulovatelný a zneužitelný pro cokoli.

Zatracování procvičování dovedností

Společně s odmítáním faktografických znalostí je zavrhováno i *soustavné a důsledné procvičování dovedností*, často se hovoří přímo o drilu. Slovo *dril* je chápáno negativně, ve škole se prý máme vyhýbat čemukoliv, co by dril jen vzdáleně připomínalo.

Zatracování faktografických znalostí a nácviku dovedností vede k výraznému snížení vědomostí a dovedností žáků a studentů. Právě proto přicházejí na střední školy ze škol základních v průměru horší studenti než před léty. Čas promarněný na základní škole se dá později těžko dohnat, střední školy se o to snaží s problematickými výsledky.

Nedostatečné procvičování znalostí a dovedností na středních školách způsobuje, že na vysoké školy přicházejí studenti, kteří nejsou schopni utvořit větu, sepsat souvislý odstavec, neumějí pravopis, neznají základní historická fakta ani jejich výklad, nedokáží správně pracovat se zlomky, upravovat algebraický výraz apod. Je těžké tyto studenty učit pracovat s maticemi, derivovat a integrovat, nemají-li základní početní dovednosti, nemohou-li se např. soustředit na příslušnou substituci, protože urputně zápasí se sčítáním a krácením zlomků.

Mnohé znalosti a dovednosti musí být v člověku „vrostlé“ a „zautomatizované“, aby o nich již nemusel přemýšlet. Těžko si představit fotbalistu, který během hry listuje v pravidlech, aby zjistil, co má nebo nemá udělat, aby nebyl ofsajd, aby se vyhnul rohu vlastního mužstva, kdy se může rukou dotknout míče apod. Těžko si představit hudebníka, který neustále hledá v rozložených tabulkách, o jakou notu v partituru jde, a kde patřičný tón najde na klaviatuře nebo hmatníku. Rovněž nelze úspěšně provádět např. Hornerovo schéma nebo Gaussův eliminační algoritmus, zápasíme-li těžce se čtyřmi základními početními úkony. Přitom vůbec nejde o to, abychom právě tyto algoritmy využívali v praxi, ale abychom pochopili podstatu věci, logické zákonitosti atd.

Marná sláva, je těžké si představit špičkového fotbalistu, hokejistu, hudebníka, zpěváka (abychom uvedli „viditelné“ profese), který neprošel v tom nejlepším slova smyslu drilem tréninků, posilování, cvičení a který své schopnosti každý den neudrží a nerozvíjí. Špičkoví hudebníci někdy vzpomínají, jak je rodiče nutili k soustavnému několikahodinovému dennímu cvičení. A to (spolu s příslušným nadáním) vedlo k úspěchu.

Ani v matematice nelze uspět bez usilovné práce. Připomeňme jen slavný antický výrok: *Neexistuje královská cesta ke geometrii!* I král, chce-li pochopit geometrii, musí „v potu tváře“ studovat geometrické pojmy a geometrická tvrzení jako kdokoli jiný.

Tři britské učené společnosti varovaly nedávno před úpadkem matematických dovedností. *Pokrok ve zvládání matematiky závisí na re-*

dukci známých pracovních postupů na automatické mentální pochody, které již nevyžadují vědomé myšlení. To vytváří duševní prostor, který studentovi umožňuje, aby se soustředil na nové neobvyklé ideje. Někdy se v tomto smyslu říká, že člověku příslušné postupy přejdou do krve.

Předčasné užívání kalkulaček a počítačů vede k likvidaci matematických dovedností (ztráta početní praxe, neschopnost odhadu výsledku atd.). Je třeba pečlivě rozlišovat, kdy se má výpočetní technika užívat a kdy ne.

Pokud je někdo zcela zásadně proti častému procvičování dovedností, nechť si dobře rozmyslí, zda si nechá slepé střevo operovat od někoho, kdo pouze ví, kde si v lexikonu přečte, jak vypadá skalpel, a umí na internetu vyhledat návod pro operování slepého střeva, nebo od toho, kdo operačním drilem prošel. Asi bychom rovněž nepředpokládali, že řidič autobusu, který nás veze na dovolenou, soustavně listuje při jízdě pravidly silničního provozu, aby zjistil, kdy má přednost, zda může nebo nemůže přejíždět nepřerušovanou bílou čarou, zda má předjíždět vpravo nebo vlevo atd.

Postoje

Důležitější než znalosti a dovednosti jsou prý tzv. *postoje*; nejdůležitější je, aby student tu kterou činnost *dělal rád*, není již podstatné, zda k ní má patřičné vědomosti a dovednosti.

Představme si však pěvecký sbor sestavený z těch, kteří zpívat neumějí, ale zpívají rádi, zubaře, který stomatologické dovednosti nemá, ale vášnivě rád trhá zuby, kuchaře, který rád vaří, ale neumí to. Máme na místa řidičů autobusů přijímat jen podle toho, jak rádi tito lidé řídí?

Je jistě dobré, když svoji práci děláme rádi a se zaujetím, tj. když máme ke své profesi kladný postoj. Nelze však dávat přednost postojům před znalostmi a dovednostmi.

Porozumění jazyku, vyjadřovací schopnosti

Děti i studenti dnes čtou daleko méně než dříve (selhání rodičů, vliv televize, počítačových her apod.), výrazně se zhoršilo porozumění psanému textu, upadají vyjadřovací schopnosti, slovní zásoba. Redukována je tzv. povinná četba (selhání školy), ze škol rychle odchází spisovný jazyk. Za starých časů se na základní škole muselo *odpovídat*

celou větou, dnes je to často označováno za buzeraci, neboť jednoslovné odpovědi „šetří čas“.

Dnešní studenti mají většinou velmi chabou slovní zásobu. Vypomáhají si všelijak, velmi často ukazovacími zájmeny: „Vezmu tu tu a pak tam dám ten ten.“ Přitom to první *tu*, resp. *ten* je zájmeno, zatímco to druhé *tu*, resp. *ten* je podstatné jméno!

Se špatným porozuměním psanému slovu se potýkáme i při vyučování matematice. Někteří vysokoškolští studenti matematiky dokonce nevnímají rozdíl mezi definicí a větou. Příčiny tohoto stavu nejsou v matematice, ale ve špatném chápání významu slov, struktury jazyka, v neschopnosti porozumět čtené nebo napsané větě. Z obdobných důvodů dělají dětem na základní škole stále větší potíže slovní úlohy.

Výrazné zhoršení práce s jazykem velmi úzce souvisí se zavrhováním paměti a důsledného procvičování pravopisu i slohu, a to již na základní škole.

Velkým problémem většiny studentů (i absolventů učitelského studia!) je pravopis. Narůstá sice počet absolventů vysokých škol, ale ti dělají stále více hrubých pravopisných chyb. Problémem je rovněž ústně nebo písemně zformulovat větu, souvětí, smysluplný odstavec. Vyjadřovací schopnosti i myšlení mají být podporovány psaním esejí, seminárních prací apod. Stále častěji se však setkáváme s případy, kdy žák, student, ba i doktorand odevzdá text stažený z internetu, a to pouze s drobnými úpravami nebo dokonce bez nich. Řada našich studentů si právě tak představuje „práci s informacemi“.

Tento stav je důsledkem *selhání pedagogů*, kteří zadávají nevhodná témata, nejsou dobře připraveni na danou problematiku, práce studentů buď vůbec nekontrolují nebo nejsou schopni rychle nalézt, odkud byly opsány či staženy, a v případě podvodu vyvodit důsledky.

Povinnost naučit

Škola má prý *povinnost naučit*. Jakmile je žák nebo student na školu přijat, předpokládá se často téměř automaticky, že absolvování školy je již jen otázkou uplynutí příslušného počtu let. Vina za případný neúspěch žáka je dávana škole. Podle mého názoru má škola pouze povinnost *vyučovat*, tj. nabízet žákům a studentům *možnost* něčemu se naučit, získat znalosti a dovednosti. Škola má též poskytovat svým

žákům a studentům *přátelské prostředí*, má vyžadovat určitou *kázeň*, má *motivovat*, *inspirovat*, poskytovat široké možnosti k učení a v nejlepším slova smyslu *vychovávat*. Někteří žáci využijí toho, co jim škola nabízí, více, jiní méně.

Povinnost *učit se a naučit se* je na straně žáka a studenta.

Bude-li jednou zavedeno školné, výrazně zesílí představa, že škola musí za inkasované školné naučit, resp. předstírat, že naučila, tj. vydat diplom, vysvědčení, certifikát atd. („Vždyť jsem si zaplatil!“)

Kázeň a zodpovědnost

Škola má vychovávat ke kázni a zodpovědnosti, má *posilovat morálně volní vlastnosti* svých žáků. Učitelům však v současné době nejsou dány téměř žádné možnosti, jak kázeň a zodpovědnost ve škole udržet. Rodiče, veřejnost a sdělovací prostředky se v případě konfliktu často postaví proti učiteli, proti škole. Přesto je stále řada učitelů, kteří si kázeň zjednaří silou své osobnosti, svým rozhledem, průměrnou přísností, spravedlivostí a důsledností.

Často je zdůrazňováno, že žák či student má ve škole dělat jen to, co ho baví, že nemá být k ničemu nucen, a že když při vyučování ztratí zájem o prováděnou činnost, má si někde stranou odpočinout. Považuji tento názor za výrazně škodlivý. Navíc je ve sporu s tím, že *škola má vyučovat jen tomu, co je potřebné pro život*. V životě totiž musíme velmi často zodpovědně konat i tu práci, která nás vůbec nebo v daném okamžiku nebaví. I k tomu mají být naši žáci a studenti ve škole vychováni a vedeni.

Jak bychom se dívali na lékaře, kterého během operace přestane jeho činnost bavit a odejde od operačního stolu na procházku do parku, na pilota, který se před přistáním rozhodne místo sledování přístrojů číst knížku, na záchranáře a hasiče, kterým se nebude chtít zasahovat v okamžiku poplachu?

Stresování žáků

Někdy se dočítáme, že škola nemá žáky a studenty stresovat prověřkami, zkoušením, domácími úkoly, známkováním apod. Prý máme ve škole děti za každý jejich výkon *jen a jen chválit*, kritické či negativní hodnocení prý děti stresuje. Tím však často vychováváme lidi, jejichž

velké sebevědomí není podloženo patřičnými znalostmi a dovednostmi, kteří nikdy netrpí sebemenšími pochybnostmi, nejsou schopni jakékoli sebereflexe a sebekritiky. Z nich se bohužel často rekrutují vedoucí pracovníci a politici.

Stanovisko, že žáci a studenti nemají být ve škole stresováni prověrkami, zkoušením, hodnocením atd., je opět ve sporu s tím, že *škola má vyučovat jen tomu, co je potřebné pro život*. Život totiž přináší nejružnější stresové situace poměrně často, a proto je rozumné, aby se žáci a studenti i ve škole s přiměřenou mírou stresu setkávali. Jsem přesvědčen, že určitá míra stresu je žádoucí i ve škole. Stresování by však nemělo být záměrné.

O stresování ve škole se hovoří rovněž v souvislosti se známkováním.

Známkování

V poslední době bývá zavrhováno *známkování* a propagováno *slovní hodnocení*. Známkování prý žáky a studenty stresuje.

Myslím, že je třeba stále zdůrazňovat, že známky, kterými jsou hodnoceny školní úspěchy či neúspěchy žáků a studentů, nemají velkou vypovídající hodnotu o jejich budoucí úspěšnosti v životě. To by si měli uvědomit jak žáci a studenti, tak rodiče. Ti by neměli trápit své děti výčitkami kvůli známkám a vysvědčením a neměli by je nepřiměřeně trestat. Žáci a studenti jsou stresováni zejména svými rodiči, nesplnitelnými nároky, které na ně mnohdy kladou, nikoli samotnými známkami. Všichni učitelé by se měli snažit v tomto smyslu působit na rodiče svých svěřenců, ale i na žáky a studenty samotné. Velký dluh zde mají sdělovací prostředky.

Slovní hodnocení se mohou velmi snadno zvrtnout v planá slohová cvičení, která jsou každoročně v mírné modifikaci opisována z hodnocení loňských a předloňských. Vzpomínám, že jsme takto před léty psávali tzv. komplexní hodnocení.

Vzpomínám si však rovněž, že v nižších třídách základní školy nám třídní učitelka psávala každý týden výstižné slovní hodnocení do notýsku nebo do žákovské knížky – jaký byl prospěch, chování, píle, jak mají rodiče na své dítě působit apod. Za takováto slovní hodnocení na prvním stupni a takovouto komunikaci s rodiči se vřele přimlouvám.

Za starých časů bývala na vysvědčení hodnocena i tzv. *píle*. Tento

údaj významným způsobem doplňoval výsledky z jednotlivých předmětů; bylo vidět, jaké úsilí vynaložil příslušný žák na získání uvedených známek. Rovněž bývalo uváděno, na kterém místě se student umístil v třídním kolektivu (např. čtvrtý z 37). Z této informace bylo možno do určité míry odhadnout přísnost známkování a úroveň školy.

Učitelské studium matematiky

Středoškolští učitelé matematiky jsou v tomto malém státě vychováni asi na patnácti fakultách. Výchova je proto značně roztržštěná, neefektivní, na jednotlivých fakultách absolvuje učitelské studium matematiky každoročně jen malý počet studentů. Za současné situace není reálné se dohodnout na nějakém „rozdělení sfér působnosti“, neboť fakulty bojují o každého studenta. Přijímací řízení je buď zcela prominuto nebo neustále změkčováno. Snažíme se přijaté studenty doučit nedostatky, které mají z předchozího studia, a pokud to jen trochu jde, snažíme se je nevyhazovat. Studenti to dobře vědí a často na to hřeší. Navíc se na učitelské studium hlásí čím dále, tím více průměrných a podprůměrných studentů, z nichž mnozí o profesi učitele zájem nemají a upřímně říkají, že učit nikdy nepůjdou. Úroveň učitelského studia i absolventů celkově klesá, alarmující je rychlost zpětné vazby; již po několika málo letech se na vysokých školách objevují žáci našich absolventů učitelského studia.

Myslím, že pro učitelské studium je naprosto nevhodné rozdělení na bakalářský a magisterský stupeň. Absolvent bakalářského studia nezískává aprobaci k výkonu učitelské profese. (Nemíní-li však jít učit, je to asi lhostejné.) Rozdělení do dvou stupňů je na řadě škol násilné a formální, přináší více problémů než výhod.

Doktorské studium

V roce 1992 bylo na MFF UK a PřF MU koncipováno doktorské studium *Obecné otázky matematiky a informatiky* s podobory *Elementární matematika*, *Historie matematiky* a *Vyučování matematice*. Původně jsme se domnívali, že bude určeno převážně pro středoškolské učitele z praxe, že bude nadstavbou učitelského studia matematiky a že budeme vychovávat jen malý počet doktorandů.

Vzhledem k tomu, že vysoké školy vyžadují od svých učitelů vědeckou hodnost Ph.D. (jako ekvivalent dřívějšího CSc.) nebo alespoň zahájené doktorské studium, vzrostl výrazně zájem o studium výše uvedeného oboru, a to hlavně ze strany učitelů pedagogických, technických a ekonomických fakult. Středoškolští učitelé jsou mezi našimi doktorandy v menšině.

Doktorské studium zaměřené na didaktiku matematiky a vzdělávání v matematice později vzniklo či je v současné době před akreditací na několika dalších fakultách. Vývoj patrně spěje k tomu, že takového doktorské studium bude téměř na každé fakultě připravující učitele matematiky.

O doktorském studiu oboru Obecné otázky matematiky a informatiky na MFF UK je možno si udělat podrobnou představu pročtením příslušných webových stránek² – během posledních deseti let bylo obhájeno více než dvacet prací, za něž se nemusíme stydět.

Bohužel je třeba konstatovat, že ne všichni doktorandi mají o doktorské studium skutečný zájem, mnohým jde jen o formální splnění podmínky požadované zaměstnavatelem, jiným jde pouze o to, aby ke své výdělečné činnosti pobírali – jako kapesné – po tři roky stipendium, některé zajímá jen titul.

Problémem doktorského studia výše uvedených oborů jsou již témata budoucích disertačních prací, která vypisují potenciální školitelé. Některá vzbuzují rozpaky již v okamžiku zadání svou nejasností, obtížností nebo naopak plytkostí. Problémem je rovněž „stavba na zelené louce“; mnohá témata jsou zadávána jako didaktický výzkum, pokus, statistické šetření apod. Začínající doktorand, který ještě nikdy neučil, zahajuje bez jakýchkoli pedagogických zkušeností a odborných znalostí jakýsi didaktický experiment, aniž ví cokoli o tom, jak se takovéto experimenty koncipují, provádějí a vyhodnocují. Někdy má studovat a posuzovat současné či historické učební texty, aniž by vůbec měl vlastní hlubší studijní zkušenosti – vždyť studoval do té doby pouze ze svých poznámek z přednášek. Někdy vidíme naprostý nezájem o zadané téma, absenci snahy po vyhledání bibliografických informací, zpráv o výzkumech, které již byly udělány, nezájem o metody a výsledky práce předchůdců. Mnozí doktorandi neprojevují zájem o aktivity pracoviště, na němž studují, ani o práci svých kolegů doktorandů. Před neseriózním přístupem k doktorskému studiu (dok-

²<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~becvar/pgs/pgs.htm>

torandů, školitelů i pracovišť) zavíráme oči, neboť my i naše pracoviště jsme mimo jiné hodnoceni počtem doktorandů. V protikladu zde jsou zájmy odborné a výchovné na jedné straně a zájmy ekonomické na straně druhé.

Zodpovědnost za úspěšnost jednoho konkrétního doktorského studia leží zejména na studentovi, který k němu byl přijat. Zodpovědnost za výchovu doktorandů je na školitelích a školících pracovištích, zodpovědnost za úroveň oboru na oborových radách. Věnujme doktorskému studiu výše zmíněných oborů více pozornosti, snažme se vychovat své nástupce, kteří by měli být v nadcházejících letech vedoucími osobnostmi ve vyučování matematice.

Učebnice, skripta

Učebnice matematiky pro žáky základních a nižších středních škol (zhruba do 15 let věku žáka) jsou vydávány několika autorskými týmy v několika nakladatelstvích. Je jistě dobré, že nemáme jen jediný soubor učebnic, ale nemohu se zbavit kacírské myšlenky, že méně by bylo více.

Učebnice pro vyšší střední školy již nejsou takovou komerční záležitostí, proto souborů těchto učebnic není mnoho.

Pozitivní roli sehrála v posledních patnácti letech Jednota českých matematiků a fyziků a nakladatelství Prometheus koncipováním a vydáním několika ucelených souborů učebnic.

Vysokoškolská skripta a učebnice jsou bohužel značně izolovanou záležitostí, jejich autoři většinou nebývají informováni ani o významných světových monografiích a učebnicích, ani o obdobných textech z jiných fakult či dokonce z jiné katedry (pozná se to ze seznamu literatury i z letmého posouzení textu). Snad by trochu pomohlo zveřejňování podrobnějších informací o vydávaných titulech na webových stránkách jednotlivých fakult.

Recenze

Za velmi negativní rys poslední doby považuji naprostou absenci kritických recenzí. Učitelé základních i středních škol by jistě přivítali stanoviska odborníků, tj. pravidelně publikované zasvěcené recenze nových učebnic matematiky a dalších vzdělávacích textů. Takovéto

kritické recenze by jistě přispěly k matematické a didaktické kultivaci naší učitelské obce; učitelé by mohli konfrontovat své názory a zkušenosti s názory našich profesionálních didaktiků. Ti mají podle mého názoru ve sféře recenzí učebnic velký dluh.

Prostor pro zveřejňování recenzí by měly poskytovat zejména časopisy *Matematika*, *fyzika*, *informatika*, *Učitel matematiky*, případně i *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*. Mají však tyto časopisy o recenze zájem? Recenze by bylo jistě možno zveřejňovat na webových stránkách.

Sepisování recenzí však není vděčnou záležitostí. V seznamech publikací recenze tolik neváží, napsat kritickou recenzi učebnice dá víc práce než zplodit krátký příspěvek do sborníku z nějaké konference. Zveřejnění kritické recenze může mít navíc pro jejího autora negativní důsledky v oblasti mezilidských vztahů.

Závěr

Je velká škoda, že vyučování matematice je dnes zcela na okraji zájmu většiny profesionálních matematiků. V posledních patnácti letech velmi silně postrádám jejich hlasy. Domnívám se, že by jejich stanoviska, proslovená jasně a zcela zásadně, mohla současnou situaci ve vyučování matematice pozitivně ovlivnit, mohla by být protiváhou názorů obecných pedagogů a reformátorů.

Profesionální matematici by svými vyjádřeními mohli podpořit své kolegy ze základních a středních škol, dát jim argumenty, ovlivnit jejich stanoviska a dodat jim sílu v jejich často svízelných situacích.

Vážené kolegyně, vážení kolegové!

Nenechte si svou práci otrávit reformováním a znechutit tím, co se prezentuje v médiích. Nebojte se užívat vlastní rozum, obhajovat své názory a své postoje. Trpělivě vysvětľujte svým žákům, studentům i jejich rodičům význam vzdělání, upozorňujte na škodlivost některých názorů a jevů, poukazujte na demagogii, s níž se často setkáváme.

Usilujte každý podle svých možností o to, aby obec, společnost i stát přistupovaly ke vzdělávání, školství a školám zodpovědně a uvážlivě.

Uvědomte si, že se po celý svůj aktivní život pohybujete mezi mladými lidmi, že svou prací formujete další generace, že každý den máte

ve škole ve svých rukou budoucnost. Vzdělávejte se proto, přemýšlejte o matematice, o práci svých žáků a studentů, o své každodenní pedagogické činnosti. Bez ohledu na všechno, co vás obklopuje a s čím se třeba těžko potýkáte a vyrovnáváte, vyučujte podle svého nejlepšího vědomí a svědomí. Snažte se své žáky, studenty i doktorandy naučit těm faktům a dovednostem, které považujete za důležité a potřebné, budujte v nich pozitivní vztah ke svým předmětům, ke vzdělání a vzdělanosti, k ušlechtilým hodnotám. Nezapomínejte ani na morálně volní vlastnosti.

Přeji vám, aby vám vaše práce přinášela radost a uspokojení!

POZNÁMKA: Příspěvek „Matematika, vzdělanost a vzdělávání“ byl přednesen na tradičním setkání matematiků, které se konalo v Srní 2. až 4. listopadu roku 2006. Je převzat ze sborníku „10. setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol“ (editoři M. Lavička, B. Bastl, M. Ausbergerová), Srní 2006, ISBN 80-86843-09-02, str. 49-63.

VŠEM, JEJICHŽ HLAS JE SLYŠET

Obracíme se na všechny, kteří vystupují v televizi a v rozhlase, píší do novin a časopisů, poskytují rozhovory atd., zkrátka na ty, „jejichž hlas je slyšet“. Zamyslete se prosím nad následujícími řádky.

V poslední době pozorujeme značný nárůst nepoctivosti, nezodpovědnosti, bezohledného kořistění, agresivity a vulgarity. Společnost se tvrdě orientuje na okamžitou spotřebu, na rychlý a bezpracný úspěch. Hodnoty, které byly po staletí považovány za „skutečné“, jdou stranou. Tato situace není specifická jen pro naši zemi, jedná se o celosvětový (euroamerický) vývoj, který u nás probíhá rychleji, neboť „doháníme, co jsme zameškali“.

Na řadě škol jsme svědky soustavného snižování požadavků na znalosti a dovednosti. Ve sdělovacích prostředcích je často zpochybňována role paměti ve vzdělávání, smysl výchovy ke kázni a společenskému chování, důležitost osobního úsilí a význam zodpovědnosti. Cožpak si již nikdo neuvědomuje, že vzdělání a vzdělanosti člověk dosahuje dlouhodobou, soustavnou a cílevědomou činností?

Pokles úrovně vzdělanosti vnímáme s obavami. Absolventi základních, středních i vysokých škol mají dnes podstatně horší všeobecný rozhled než generace jejich rodičů. Ochota a tedy i schopnost porozumět světu, který nás obklopuje, je čím dál menší. Výrazně poklesla chuť pochopit přírodovědné i společenské jevy, vyznat se v historii, literatuře a výtvarném umění, vnímat současnost v kontextu historického a kulturního vývoje lidstva. Mnozí dnešní maturanti mají vážné problémy s vyjadřováním i s pravopisem, se základními početními úkony, nejsou schopni řádně porozumět psanému textu, sepsat smysluplný odstavec, neznají základní historická fakta, nemají ponětí o nedávném vývoji naší společnosti. Tzv. počítačová gramotnost je často chápána pouze jako úspěšné zvládnutí počítačových her, brouzdání po internetu a v lepším případě též pochopení základů jednoho textového editoru.

Jsme malý národ a malý stát. Máme-li obstát v Evropě a ve světě, musíme se o to usilovně snažit. Nechceme-li se stát pouze levnou a podřadnou pracovní silou, musíme se intenzivně vzdělávat a vytrvale a soustavně rozvíjet své znalosti a dovednosti. Tedy to, co je ve sdělo-

vacích prostředcích často zpochybňováno a zatracováno. Nedostatečná vzdělanost a malý všeobecný rozhled vede k degradaci populace na nemyslíci dav spotřebitelů všeho možného i nemožného, vytváří živnou půdu pro nejružnější podvodníky, extremisty, je zdrojem ignorance a agresivity vůči lidem i přírodě.

Obracíme se proto na vás, na všechny, jejichž hlas je slyšet.

Uvědomte si, že se značnou měrou podílíte na utváření atmosféry v celé populaci, že svými názory ovlivňujete hlavně mladou generaci. Snažte se proto orientovat společnost k cílevědomému vzdělávání, k odpovědné a uspokojení přinášející práci, k úctě k tradičním hodnotám. Pečlivě zvažujte svá slova, která pronášíte o školství, vzdělanosti a vzdělávání. Mějte na paměti, že je rychlejší a jednodušší bořit než stavět. Snažte se proto být konstruktivní a motivovat pozitivními příklady.

POZNÁMKA: Výzva „Všem, jejichž hlas je slyšet“ byla prvním vstupním textem na konferenci „Matematika - základ evropské vzdělanosti“, která se konala v Hradci Králové ve dnech 20. a 21. září roku 2007. Otištěna byla ve sborníku této konference „O škole a vzdělávání“ (ed. M. Bečvářová), Matfyzpress, Praha 2007, ISBN 978-80-7378-029-6, str. 9-10.

NAŠE ŽHAVÁ SOUČASNOST

JINDŘICH BEČVÁŘ

V tomto příspěvku volně navazuji na svůj rozsáhlejší článek nazvaný Matematika, vzdělanost a vzdělávání [2] otištěný ve sborníku z 10. setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol, které se konalo v listopadu roku 2006 v Srní.¹

Zmíněný text se setkal se značným zájmem, koloval mezi učiteli, byl vyvěšen ve sborovnách a vystaven na učitelských webových stránkách². Nelibost vyvolal mezi některými reformátory, příznivci a „dobrovolnými“ tvůrci rámcových vzdělávacích programů (RVP) a školních vzdělávacích programů (ŠVP).

Reakce čtenářů byly většinou příznivé; objevil se však názor, že můj text pouze kritizuje, ale nenabízí cesty k nápravě.³ Pokusím se tedy v závěru tohoto příspěvku srozumitelněji a pregnantněji vyjádřit to, co bychom my, učitelé, mohli a měli v současné situaci dělat a čeho bychom se naopak měli vyvarovat.

1. Za budoucnost jsme morálně odpovědní už teď

Začnu trochu pesimistickým konstatováním. Nelze počítat s tím, že za nás někdo něco udělá, vyřeší a zařídí, že nám někdo něco zadarmo dá, a navíc bez postranních úmyslů. Ať už by to měly být výzkumné ústavy, Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy, Ministerstvo práce a sociálních věcí, vláda, politické strany a sdělovací prostředky. A už vůbec nelze spoléhat na nějaké „globální řešení“ (reforma, RVP, ŠVP apod.). V tomto smyslu si nedělejme vůbec žádné iluze.

Každý se však snažme **podle svých možností pozitivně ovlivňovat chování a myšlení svých žáků, studentů a jejich rodičů, kolegů učitelů, svého ředitele, atmosféru ve škole, postoje**

¹ Text je dostupný na adrese <http://www.karlin.mff.cuni.cz/~becvar>.

² Jejich adresy jsou <http://www.ceskaskola.cz>, <http://www.stolzova.cz>.

³ Myslím, že při pozorném čtení lze v článku [2] najít řadu konstruktivních podnětů.

a stanoviska městského zastupitelstva, ministerstva školství, vlády i politických stran. Ozývejme se všude, kde můžeme, dávejme najevo své názory, souhlasné i nesouhlasné, svou spokojenost i nespokojenost se školskou politikou státu, regionu, města a obce. Ozývejme se, i když se nám zdá, že to nemá vůbec žádný efekt. Má to smysl, alespoň v tom, že narovnáme páteř a zachováme si tvář. Čím více se nás bude ozývat, tím větší vliv mohou naše postoje mít.

Bez ohledu na vnější podmínky se každý z nás snažme **ve své škole a ve svých hodinách podle svého nejlepšího vědomí a svědomí dávat studentům to nejlepší, čeho jsme schopni.** O co se každý z nás jako jedinec nepostará a nezaslouží, to my všichni, jako jeden celek, nebudeme mít. Významný rakouský filozof Karl Raimund Popper (1902–1994) napsal: *Za budoucnost jsme ... morálně odpovědní už teď a musíme pro ni bez ideologických brýlí udělat to nejlepší – i tehdy, když vyhlídky na to nejsou nijak příznivé.* ([10], str. 237)

2. Reforma a učitelé

Žádná reforma, byť sebelépe koncipovaná, sama o sobě ničeho nedocílí, nic nevyřeší. Všechno záleží na lidech. Hlavně na nás, učitelích, na našich žácích a studentech a na jejich rodičích. **Snažme se proto dobře vyučovat a dobře vychovávat. Usilujme o to, aby se naši žáci a studenti chtěli učit a vzdělávat a aby si jejich rodiče význam vzdělávání a vzdělanosti uvědomovali.** Ničemu nepomohou vzletná a šroubovaná slohová cvičení v RVP, která jsou tisíci učiteli na stovkách škol přepisována a přepracovávána do ŠVP. Je to obrovské marnění času učitelů, který jim pak chybí pro tu činnost, k níž jsou určeni, tj. pro vzdělávání a vychovávání žáků a studentů. Nehledě na to, že vynucené přezvykování prázdných frází bere učitelům chuť do jejich práce.

K. R. Popper napsal: *... teoriím školní reformy [jsem] nikdy nedůvěřoval a stavěl jsem se k nim kriticky. Tehdy jsem přemýšlel o tom, co by bylo na školní reformě nejdůležitější. Jak je možno skutečně školu reformovat? Když jsem uvažoval o vlastních zkušenostech jakožto mladý učitel na špatných školách, přišel jsem na to, že nejdůležitější je dát špatným učitelům možnost školu opustit. Viděl jsem, že dobrými učiteli mohou být jen lidé s určitým nadáním – není to vlastně inte-*

lektuální nadání, ale vnitřní vztah k dětem. A mnozí učitelé jsou ve škole takřka jako v zajetí, jsou tam nešťastní a nemohou se odtamtud dostat. Dal jsem zcela jednoduchý návrh: těmto lidem, kteří nejsou o nic horší než jiní, je nutno jak jen možno usnadnit, aby mohli odejít; potom zas na jejich místo přijdou mladí lidé, zčásti nadaní učitelé. Dokud je mnoho učitelů zatrpklých, ztrpčuje to život a dobrou pohodu i dětem. Tito učitelé zůstávají ve škole až do penze a vydechnou si, až když jdou do důchodu. Dokud budou ve škole zatrpklí učitelé, dokud tam bude mnoho takových zatrpklých učitelů, kteří z pochopitelných důvodů děti terorizují, také proto, že jsou sami zakřikováni svými představenými, například inspektory, do té doby se škola zlepšit nemůže. ([9], str. 102–103)

Problémem našeho současného školství není zbavit se špatných učitelů; na jejich místa by za současných podmínek patrně přišli učitelé ještě horší, velmi často dokonce nekvalifikovaní. *Problémem je získat učitele dobré a ve školství je udržet.* Na vysokých školách se proto snažme dobré učitele vychovávat a pro práci ve školství získávat. Učitele moudré a vzdělané, s širokým rozhledem, kteří milují svou profesi, svůj obor a mají rádi lidi (a tedy i své žáky a studenty).

Podle zpráv, které se objevují v tisku, je v některých krajích až 34 procent nekvalifikovaných učitelů – celorepublikový průměr je 17,5 procenta na ZŠ a 15 procent na SŠ. Kvalifikovaní učitelé ze škol stále odcházejí a na jejich místa mnohdy nastupují nekvalifikované síly (Právo, 9. 3. 2007).

3. Neúspěšné reformy

Jako příklad nešťastné a nepovedené reformy připomeňme, jak bylo v Sovětském svazu po říjnové revoluci budováno školství podle amerického vzoru, pod velkým vlivem tehdejší americké pedagogiky. Ta přinesla na přelomu 19. a 20. století řadu nových myšlenek, které byly založeny zejména na pedocentrismu a pedologii. Jednalo se o tzv. čin-

nou školu samostatného učení⁴, daltonský plán⁵, projektové učení⁶, samoučení, o školu bez kázně a řádu, školu bez pevné vnitřní organizace atd.

Velkou roli ve vývoji sovětského školství hrál tehdy Pavel Petrovič Blonskij (1884–1941), ruský pedagog, psycholog a filozof, profesor moskevské univerzity a Akademie komunistické výchovy. Roku 1919 publikoval texty *Trudovaja škola* (Pracovní škola) a *Psichologija*, roku 1922 *Pedagogika*, roku 1925 knihy *Osnovy pedagogiki* a *Pedologia* (2. vydání 1936). Prosazoval pracovní školu s marxistickým základem a s polytechnizací, školu, která má být spojena s výrobou a všestranně pro ni připravovat. Od polytechnizace se tehdy postoupilo k odborné technické přípravě v jednom směru. Vyučování bylo zavedeno komplexní, globální, nedělené, pod vlivem americké pedagogiky budované metodou projektů a problémů. Směřovalo se k rychlému vzdělání technických odborníků a specialistů.

⁴ Činná škola (pracovní, tvořivá, produktivní, aktivní) zdůrazňovala aktivitu žáka při vzdělávacím a výchovném procesu. Do popředí měl vystoupit žák, který si za nenápadné pomoci učitele měl poznatky odvozovat ze zkušeností získávaných při pracovních činnostech. Metodicky měly být využívány různé problémové úlohy, projekty a plány. Důraz byl kladen na soustavnou a promyšlenou přípravu k práci, k povolání atd.

⁵ U vzniku daltonského plánu stála Helen Parkhurstová (1886–1973); poprvé byl zaveden v roce 1920 ve městě Dalton. Důraz je kladen na samostatnou práci žáka; zdůrazněny jsou tři základní principy – volnost (naučit se zacházet se svobodou a odpovědností), samostatnost (naučit se samostatně pracovat) a spolupráce (naučit se pracovat v kolektivu). Daltonský plán však není užíván jako jediný systém; je zařazován jako doplněk k tradičnímu školskému systému především pro svoji podporu samostatnosti, plánování práce podle tempa jednotlivých žáků, získání zdravého sebevědomí na základě hodnocení své práce, upevnění vědomostí opakováním učiva a rozvíjení tvořivosti. Některé školy vkládají do klasické výuky tzv. daltonské bloky, jakési „projekty“.

⁶ Projektová výuka je nejčastěji spojována s Williamem Heardem Kilpatrickem (1871–1965), který propracoval její koncepci a popsal její význam v knize *The Project Method* (1916). Projektová výchova se objevila v USA na přelomu 19. a 20. století při manuálním výcviku, v zemědělství apod. Vycházela z rozvoje dispozic, postojů, dovedností a hodnot budoucího člena demokratické společnosti. Nejdůležitějším prostředkem byly školní projekty, které Kilpatrick rozdělil na čtyři typy – projekty sledující uskutečnění nějakého plánu (např. stavba člunu), projekty s plánovaným záměrem získat zkušenost (např. poslech hudby), projekty řešící nějaký intelektuální problém (např. vznik duhy) a projekty vedoucí k osvojení nějakého předmětu, znalosti či dovednosti (naučit se nepravdivá slovesa).

Pedologická reforma provedená podle amerického vzoru však vedla v Sovětském svazu k výraznému poklesu úrovně vzdělanosti. Na počátku třicátých let nebyla sovětská mládež připravena k vysokoškolskému studiu, znalosti a dovednosti studentů přicházejících na vysoké školy byly naprosto neuspokojivé, důsledky špatného vzdělání a výchovy se projevovaly i ve výrobě.

Roku 1936 vydala sovětská komunistická strana usnesení o pedologických úchylnkách, pedologie byla prohlášena za pavědu. Pedologická školská reforma po necelých dvou desetiletích skončila. Tzv. *pedologický pesimismus* zdůrazňující dědičnost a malý vliv výchovy na utváření člověka byl prohlášen za reakční. Sovětská škola se odpoutala od pedocentrismu, vrátila se k důkladnému všeobecnému vzdělání, odsunuta byla polytechnizace i odborné vzdělání, škola navázala na tradici a byla znovu založena na uvědomělé kázni.⁷

České školství se po roce 1989 výrazně přiklonilo k pedologickým názorům, na řadě škol (většinou nově zřízených, zpravidla soukromých) byly uvedeny do života s velkou vehemencí. Mnozí reformátoři se vrátili ke starým myšlenkám amerického školství z přelomu 19. a 20. století. S prosazováním pedologických názorů přišli v době, kdy je již dávno známo, jaké důsledky přináší jejich plné uvedení do života. Je to náhoda, že dnes, po necelých dvou desetiletích od roku 1989, cítíme velké rozpaky nad úrovní maturantů, kteří na vysoké školy přicházejí? Podobně jako v Sovětském svazu ve třicátých letech po reformě z počátku let dvacátých.

Zastavme se ještě u amerického vzdělávacího systému prvních dvou desetiletí 20. století. Počátkem padesátých let minulého století napsala Hannah Arendtová (1906–1975) následující slova, která u nás bohužel dosud nebyla slyšena, i když v českém překladu byla k dispozici už roku 1994.

⁷ U nás se o školství ve třicátých letech 20. století vzrušeně diskutovalo. Radikální a revoluční směr reprezentoval Václav Příhoda (1889–1979), psycholog a pedagog. Zavrhoval starou školu, označoval ji za „rakouskou“, prosazoval pragmaticky orientované západní pedagogické koncepce, zejména americké. Po své druhé návštěvě USA však jeho nadšení pro americké školství pohaslo. Viz např. E. Čapek: *Stav školství a reforma*, Orbis, Praha, 1947. Druhý směr představoval pedagog Otokar Chlup (1875–1965), který usiloval o modernizaci školy založené na evropské tradici. Prosazoval vysokoškolské vzdělání učitelů, pro něž vytvořil svoji koncepci. Odmítal nekritické přijímání teorií, které se ani v USA natrvalo neuplatnily.

Iluze vzniklá z patosu nového vyvolala vzhledem k samotnému vzdělání nejvážnější následky teprve v našem století. Předně umožnila pod praporem reformní pedagogiky uskutečnit nejradikálnější revoluci v celém výchovně vzdělávacím systému na základě komplexu moderních výchovných teorií, které vyšly ze střední Evropy a obsahovaly neuvěřitelnou směsici věcí rozumných i nesmyslných. To, co v Evropě zůstalo pokusem, tu a tam zaváděným v jednotlivých školách, v izolovaných výchovných zařízeních, pokusem, jehož vliv se postupně rozšířil v určitých oblastech, to v Americe zhruba před dvaceti pěti lety [tj. někdy před rokem 1920] takřka ze dne na den rozbilo všechny tradice a dosud používané metody vyučování. ... kvůli určitým teoriím, snad dobrým, snad špatným, se zavrhla všechna pravidla zdravého lidského rozumu. Něco takového má vždy mimořádně zhoubný vliv ...

Odpověď na otázku, proč Johnny neumí číst, nebo, obecně řečeno, proč měřítko průměrné americké školy tak zaostávají za průměrnými měřítky škol prakticky ve všech hlavních zemích Evropy, není v žádném případě jednoduchá. Neplatí totiž, že tato země ještě měřítko Starého světa nedohonila kvůli svému mládí. Naopak, na poli výchovy je Amerika „nejpokročilejší“ a nejmodernější hned v dvojím smyslu: nikde jinde se nestal problém masového vzdělání tak naléhavý a nikde nebyly moderní teorie v oblasti pedagogiky přijímány tak nekriticky a otrocky. Proto americká krize vzdělání ohlašuje na jedné straně úpadek reformní pedagogiky a na straně druhé představuje nesmírně obtížný problém, protože vznikla v podmínkách masové společnosti a jako reakce na její požadavky. ...

Zhoubnou úlohu ... umožnila moderní teorie učení. ... Nepokládalo se za důležité, jak učitel ovládá svůj předmět, bylo tu přání donutit ho, aby stále aktivizoval učení, tj. aby nepředával „mrtvé vědomosti“, jak se říkalo, ale místo toho aby stále předváděl, jak vědomosti vznikají. Byl tu vědomý záměr: nikoli vyučovat vědomostem, ale vštěpovat dovednosti a schopnosti; výsledkem však byla přeměna institucí výuky v odborná učiliště, právě tak úspěšná ve výuce jízdy automobilem, psaní na stroji nebo i toho, co je v „umění“ života ještě důležitější – jak vycházet s ostatními lidmi a jak být populární –, jako byla neúspěšná ve výuce toho, co tvoří normální požadavky běžných školních osnov. ...

Jak těsně obojí souvisí – náhrada učení činností a práce hrou – ... takový postup chce vědomě starší děti udržet na infantilní úrovni co

nejdéle. To vlastní, co může dítě připravit pro svět dospělých, postupně budovaný návyk pracovat, a nejen si hrát, to je smeteno se stolu ve prospěch autonomie dětství. ...

Pod záminkou respektu k dětské nezávislosti se dítě vylučuje ze světa dospělých a udržuje se uměle ve svém vlastním světě – pokud vůbec lze svět dítěte světem nazvat. Takto dítě retardovat je umělé; jednak se tím ruší přirozený vztah mezi dospělými a dětmi, k němuž mimo jiné patří i vyučování a učení, a zároveň se zastírá i fakt, že dítě je vyvíjející se tvor, přechodný stupeň, příprava na dospělost. ([1], str. 101–108)

4. Rámcové a školní vzdělávací programy

Neumím si představit, jakým způsobem mohou RVP a ŠVP přispět ke zlepšení vzdělanosti a vzdělávání. Odpuzuje mě již šroubovaný, úřední a rádoby odborný jazyk RVP, kterým se autoři tohoto textu patrně snaží dávat najevo, na jak vysoké úrovni vzdělanosti se sami nacházejí. Uvádím pro zajímavost několik „pozoruhodných“ myšlenek z RVP pro gymnázia, které chápu pouze a jedinečně jako prznění jazyka. A to má být patrně následováno a rozvíjeno v ŠVP.

RVP podporuje komplexní přístup k realizaci vzdělávacího obsahu, včetně možnosti jeho vhodného propojování ... ([12], str. 5)

Při četbě RVP okamžitě zjišťujeme, že se na školách již nevyučuje, ale uskutečňuje se vzdělávání, případně se vzdělávání realizuje, žáci na nižším stupni gymnázia plní povinnou školní docházku. Gymnázia realizují různé formy vzdělávání. ([12], str. 6)

Vzdělávání ... má žáky vybavit klíčovými kompetencemi ... žáci musí mít dostatek příležitostí osvojit si stanovenou úroveň klíčových kompetencí ... Absolvent gymnázia by měl ... získat široký vzdělanostní základ a dosáhnout takové úrovně klíčových kompetencí, kterou RVP G předpokládá ... Vzděláváním ... se usiluje o naplnění těchto cílů: vybavit žáky klíčovými kompetencemi na úrovni, kterou předpokládá RVP G; vybavit žáky širokým vzdělanostním základem na úrovni, kterou popisuje RVP G ... ([12], str. 7)

Učitelé by měli poměřovat dosaženou úroveň kompetencí osobním pokrokem každého žáka a jeho individuálními možnostmi. ([12], str. 8)

Jazykové a stylizační schopnosti a dovednosti a jim odpovídající komunikační kompetence žáci rozvíjejí pod vedením učitele prostřednictvím aktivního podílu na nejrůznějších komunikačních situacích. ...

Rozvoj těchto schopností a dovedností spolu s osvojením vymezených poznatků teoretických je důležitý nejen pro studium češtiny, ale i obecněji, neboť v jazykovém ztvárnění je uloženo mnoho poznatků a nové myšlenky se obvykle vyjadřují přirozeným jazykem. ([12], str. 13)

Vzdělávání ... vede žáka k vnímání a užívání jazyka českého i cizího jako mnohotvárného prostředku ke zpracování a následnému předávání informací, vědomostí a prožitků získaných z interakce se světem a se sebou samým, k vyjádření vlastních potřeb a k prezentaci názorů i samostatného řešení problémů a jako prostředku pro další samostatné celoživotní vzdělávání ... ([12], str. 14)

Rámcový vzdělávací program formuluje podmínky pro vzdělávání na gymnáziu; mezi jinými to jsou podmínky personální a pedagogicko-psychologické:

– učitelé s předepsanou kvalifikací a odbornou pedagogicko-psychologickou způsobilostí, vybavení nezastupitelnými kompetencemi pro výchovu a vzdělávání žáků a kompetencemi k výkonu odpovědných a náročných pedagogických a řídicích činností; skloubení aprobačních potřeb výuky s jinými činnostmi ve škole a soulad výchovných a vzdělávacích činností pedagogických pracovníků s cíli vzdělávání stanovenými zákonem a dalšími předpisy, plnění stanovené míry vyučovací povinnosti a dalších výchovných činností

– učitelé s potřebnými profesními komunikativními a sociálními kompetencemi ve vztahu k žákům, jejich rodičům, ostatním pedagogům, odborníkům a institucím zajišťujícím pro školu speciální služby

– učitelé a pedagogové se speciálními kompetencemi a funkcemi (např. výchovný poradce, školní psycholog); učitelé vybavení schopností diagnostikovat učební činnosti žáků, motivovat je k další činnosti, průběžně se vzdělávat a modifikovat pružně svou činnost na základě permanentní sebereflexe a evaluace výchovy a vzdělávání ... ([12], str. 95)

Velmi „povzbudivá“ je věta na str. 5: *RVP G je otevřený dokument, který bude v určitých časových etapách inovován ...* Oprávněně se obávám, že podle inovovaných RVP budou na všech školách povinně inovovány ŠVP.

Rád bych se zeptal, nevím však koho, **proč nutíme tisíce učitelů na stovkách škol sepisovat podle dokumentu výše uvedeného charakteru obdobné texty. Co tím sledujeme? Čeho tím chceme dosáhnout? Chceme opravdu vyhnat ze škol tvůrčí učitele, kteří tam ještě zbyli?** Mnozí z nich nepochybně zvažují, zda mají zapotřebí podílet se na přežvykování frází výše uvedeného typu. Nebo je snad jedním z cílů povinné tvorby ŠVP finanční zisk podnikatelů, kteří školám ŠVP prodávají?⁸

RVP a ŠVP podle mého názoru znamenají další ústup od znalostí a dovedností a cestu k jejich nahrazení zejména „žvaněním“. Výstižně to zformuloval Petr Kukal:

*Cílem vzdělávání tedy není, aby žák na konci povinné školní docházky něco konkrétního uměl, nýbrž to, že „naslouchá promluvám druhých lidí, porozumí jim, vhodně na ně reaguje, účinně se zapojuje do diskuse, obhajuje svůj názor a vhodně argumentuje“. Popřípadě „si vytváří pozitivní představu o sobě samém, která podporuje jeho sebevědomí a samostatný rozvoj, ovládá a řídí svoje jednání a chování tak, aby dosáhl pocitu uspokojení a sebeúcty“.*⁹

Domnívám se, že současná reforma nepřináší vůbec nic učitelům dobrým, ale poskytuje velmi nebezpečnou a pochybnou svobodu učitelům špatným. Dává mnoho příležitostí nejružnějším sebevědomým šarlatánům, kteří si osvojili vznešené fráze, jimiž jsou schopni kdykoliv zakrýt neznalost a neschopnost svou i svých žáků. Požadavky na znalosti a dovednosti absolventů středních i vysokých škol se budou nadále snižovat, počet absolventů však bude růst, bude narůstat rozdíl mezi vzdělaností a tituly. Titulovaní polovzdělanci jsou a budou čím dál tím větším nebezpečím pro celou naši společnost.

⁸ Petr Kukal: *Modelový ŠVP postavený na Základní škole – z dílny reformistů?*, viz <http://www.stolzova.cz>, 29. 6. 2007.

⁹ Viz <http://www.stolzova.cz>, 30. 5. 2007.

5. Komenského Analytická didaktika

Byl bych rád, kdyby místo RVP a ŠVP byla na všech školách v České republice jako základní studijní text učitelům doporučena *Analytická didaktika* Jana Amose Komenského (1592–1670). Je to dílo stručné, myšlenkově bohaté a moudré.¹⁰ Obsahuje 187 pedagogických zásad (axiómat), každá je krátce a výstižně objasněna a zdůvodněna. Celý text má charakter přehledného matematického spisu sepsaného systémem definice – věta – důkaz. Vyniká prostým a srozumitelným jazykem. Ocitujme dva úryvky ([5], str. 9, 14–15):

1. *Didaktika jest umění, jak dobře učiti (didasko značí totiž učiti, didaktos učený, didaktikos ten, kdo se vyzná ve vyučování).*

2. *Učiti značí působiti, aby tomu, co někdo zná, se naučil také jiný a znal to.*

3. *Dobře vyučovati znamená dosáhnouti toho, aby se každý učil rychle, s chutí a napevno. Rychle: jednou souvislou prací beze všeho škodlivého mrhání časem. S chutí: aby se žák po celý průběh každého učení necítil unaven tím, co již vykonal, nýbrž aby byl spíše podnícen touhou po tom, co zbývá vykonat. Napevno: aby se žáci tomu, čemu se učí, naučili úplně a tak dobře, aby toho uměli hbitě užívat. Špatně tudíž učí, kdo vede k vědomostem zdlouhavě, s nesnázemi a kuse. ...*

14. *Od učitele se požaduje schopnost učiti (doctivitas), aby uměl, mohl a chtěl vyučovati, t. j. předně, aby znal to, čemu má jiné učiti, neboť nikdo nemůže vyučovati tomu, co sám málo zná; za druhé, aby také dovedl jiné vyučovati tomu, co sám zná, t. j., aby byl didaktikem a dovedl míti trpělivost s nevědomými, kdežto nevědomost samu mocně zaháněti atd.; konečně aby tomu, co zná a co dovede, také chtěl vyučovati, t. j., aby horlivě a bedlivě usiloval dopomoci jiným ke světlu, kterému se těší sám.*

¹⁰Komenského *Analytická didaktika* vyšla poprvé latinsky roku 1646 v Lešně jako součást jeho knihy *Methodus linguarum novissima* [Metoda jazyků nejnovější]. Samostatně byla vydávána až v 19. století, česky spatřila světlo světa teprve roku 1874 v překladu F. J. Zoubka. Znovu vyšla roku 1908 v překladu A. Krejčího, roku 1946 v překladu H. Businské, roku 1947 v překladu E. Čapka, roku 2004 v upraveném překladu H. Businské (R. Váňová). Neměla by chybět v knihovně žádné školy. Vřele ji doporučuji všem studentům učitelství i všem učitelům všech předmětů na všech typech škol. Její text je vystaven na webové stránce katedry didaktiky matematiky MFF UK: <http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm>.

XVII. Učitel budiž schopen vyučování (vzdělaný).

XVIII. Učitel budiž zběhlý ve vyučování (didaktik).

XIX. Učitel budiž dychtivý vyučování (nechť nezná lenosti a nechuti).

15. Od žáka se požaduje učenlivost, jež spočívá v tom, aby mohl, dovedl a chtěl býti vyučován. Vyučován může býti ten, kdo má neporušené ústroje k učení (smysly, ruku, jazyk). Vyučován může býti ten, kdo jest zralý věkem nebo pokročilostí k tomu, čemu se má učit. Vyučován chce býti ten, kdo touží po učení a má smysly k jeho čerpání vzpruženy. Tedy:

XX. Kdo je neschopen učení, toho nenaučíš. ...

XXI. Stěží vyučíš toho, kdo není k učení dospělý. ...

XXII. Nedbá-li kdo, aby se učil, budeš ho nadarmo učit, nepřivedeš-li jej dříve k tomu, aby se stal chtivým učení.

Domnívám se, že cesta ke vzdělanosti, kterou bychom se měli ubírat, je stručně a jasně popsána ve výše uvedených Komenského odstavcích 14 a 15: *Od učitele se požaduje ...*, *Od žáka se požaduje ...*

Srovnáme tyto pasáže Komenského *Analytické didaktiky* s výše citovanými úryvky z RVP pro gymnázia. J. A. Komenský vyjadřuje své hluboké myšlenky věcně, stručně a jasně, autoři RVP podávají banální myšlenky složitě tvořenými větami a souvětími plnými odborných výrazů a komplikovaných obrátů.

6. Nepodstatné problémy, které však hrají poměrně velkou roli

V posledních sedmnácti letech jsou v médiích v souvislosti se školstvím často diskutovány některé otázky, které nepovažuji za příliš podstatné. Obávám se dokonce, že jsou velmi často úmyslně společnosti předkládány, aby následná, mnohdy vášnivá diskuse odvedla pozornost od problémů zásadních. Ty pak jsou rozhodnuty bez větší pozornosti odborné veřejnosti i celé populace, a to nikoli k obecnému prospěchu, ale pro privátní cíle poměrně malé skupiny lidí.

Za nepodstatné otázky pokládám např. to, zda jsou žáci a studenti ve škole známkováni nebo slovně hodnoceni, zda jsou ve škole stěny popsané, pokreslené a polepené nebo čistě vymalované, zda jsou lavice

ve třídách srovnány nebo „rozházeny“, zda děti při výuce sedí v lavicích nebo leží na koberci, zda jednotlivé hodiny a přestávky odděluje klasické školní zvonění nebo nějaká vlezlá znělka, zda děti každé ráno vítá před školou najatý šašek atd. atd.

Právě takovéto nepříliš podstatné znaky jsou bohužel někdy využívány nebo spíše zneužívány pro hodnocení jednotlivých škol. Právě podle nich jsou některé školy označeny za vynikající a jiné za špatné. Snadno ovlivnitelný ředitel tedy může ze dne na den svoji školu „posunout“ do skupiny škol mediálně označovaných za úžasné. V době, kdy školy „bojují o žáky“, to může být velmi dobrá reklama, která do takovéto „vynikající školy“ přiláká mnoho žáků. Tím se však skutečná kvalita školy patrně zhorší.

7. Několik podstatných problémů

a) Svět se změnil

Musíme si uvědomit, že se svět od doby vysokoškolského studia většiny z nás podstatně změnil a že se mění stále rychleji. Během dvou desetiletí se změnil více než za celé předcházející století. Do našeho života razantně vtrhly technické vynálezy a moderní technologie – video, kopírky, počítače, notebooky, tiskárny, scannery, digitální fotoaparáty, mobily, fotografující mobily, DVD, hrací automaty, počítačové hry, internet, nejrůznější databáze, obrovské balíky úžasných programů atd. Dnes můžeme s úspěchem vyhledávat informace všeho druhu, k dispozici jsou digitalizované knihy, časopisy, obrazy, mapy, fotografie, vše je podchyceno v rozsáhlých databázích umožňujících pokročilé vyhledávání. Zatímco jsme se dříve potýkali s nedostatkem informací, dnes jsme jimi zahlceni, informace na nás ze všech stran intenzivně útočí. Velkým problémem je výběr těch nejdůležitějších a posouzení jejich správnosti. K takovému kritickému vyhodnocení však člověk potřebuje široké znalosti a všestranné dovednosti. Nezvýdatelné množství informací všeho druhu a všech kvalit ztěžuje naši orientaci, a snižuje tak hodnotu vlastních informací.

Škola se v posledních desetiletích zdaleka tolik neproměnila jako svět kolem ní. Do značné míry je dnes jejím velkým konkurentem internet, na němž lze v krátké chvíli najít téměř cokoliv. Nejrůznější

informace, eseje, úvahy, slohová cvičení, zpracované maturitní otázky, seminární práce, obrazy, obrázky, fotografie, plány, mapy, encyklopedie, naučné, jazykové i specializované slovníky atd. Je třeba se s internetem naučit žít.

Nejvíce se škola proměnila tím, že značně snížila požadavky na studenty i na učitele. Souvisí to s tím, že za posledních sto let podstatně vzrostlo v populaci jak procento maturantů a vysokoškoláků, tak procento učitelů. S tím souvisí i kvalita – úroveň studentů i učitelů je dnes podstatně nižší než před sto lety (ale též před šedesáti lety, padesáti lety, dvaceti lety). Profese učitele přitom klesá na žebříčku finančního ohodnocení i společenské prestiže.

Nikdy dříve v tak komplikované situaci škola nebyla. Není divu, že se s tím jako učitelé těžce vyrovnáváme. Studenti se mohou s pomocí internetu bez velké námahy – pokud ovšem chtějí – připravit na příští hodinu tak, že jejich znalosti budou nesrovnatelně lepší a pestřejší než látka vyučovaná či čerpaná ze školních učebnic, než znalosti jejich učitele. Ani učitelé však nemusí vycházet při výuce pouze z učebnic, mohou si relativně snadno pro svoji výuku na internetu vyhledat velké množství zajímavostí.

Překvapivé je, že ani žáci, ani učitelé těchto možností nevyužívají tak, jak by mohli a jak by bylo žádoucí. Žáci sice s počítačem pracují většinou lépe než jejich učitelé, ale málo jej využívají ke svému vzdělávání. Někdy s pomocí internetu zpracovávají domácí úkoly, různé úvahy, slohové či seminární práce apod. – často však jen „stahují“ z internetu cizí práce a připisují na ně své jméno. Velké bohatství informací na internetu vede podle mého názoru velmi často k povrchnosti, k těkání a k nesoustavnosti.

Mnozí učitelé se stále drží hlavně učebnic, počítačů a internetu se bojí. S rozumnou pomocí výpočetní techniky – zdůrazňuji s rozumnou pomocí – by mohli své studenty více zaujmout.

Musíme do značné míry držet krok s dobou, počítačů a jejich možností se nesmíme bát. Musíme zvládnout základní počítačové dovednosti, textové editory, nějaký geometrický software, musíme umět pracovat s internetem, vyhledávat informace a vyhodnocovat je. Musíme být např. schopni objevit a prokázat plagiátorství svých žáků, alespoň v jednoduchých

případech. Musíme si být rovněž dobře vědomi různých nebezpečí, k nimž přehnaná orientace na počítače vede.

Doba se však změnila i z řady dalších hledisek. Společnost se atomizovala, přehnaný důraz se klade na jedince, na tzv. asertivní jednání, které však mnozí chápou jako vystupování „z pozice síly“, narostla agresivita. Výrazně se posunuly pojmy, významy slov, atmosféra doby se mění stále rychleji a rychleji. Uvedme jen jediný příklad. Jako hrdinové jsou dnes prezentováni ti, co se s vyhlídkou na velkou finanční odměnu a pochybnou popularitu nechají zavřít do izolace a pod objektivy kamer tráví čas pitím, kouřením, výstřednostmi a trapným, často vulgárním žvaněním o plytkostech. Jak úžasné a lákavé příklady pro naši mládež!

A protože se svět tolik změnil – a pro nás neobyčejně náhle – je určitá proměna školy nutná. Jsem však přesvědčen, že bychom se neměli snažit školu měnit prudkými, neověřenými a shora nařízenými reformami. Dávám přednost menším, postupně prováděným změnám, které musí být uvážlivě koncipovány a dobře promyšleny. Musíme pečlivě zvažovat blízké i vzdálené důsledky změn, které provádíme.

b) Učitelé

Školská politika státu a „atmosféra doby“ uplynulých let vyhnala ze škol řadu dobrých a schopných učitelů. Ve školách zůstali hlavně ti méně odvážní, kteří si netroufli změnit profesi, ti, kteří to z nejrůznějších důvodů udělat nemohli, ale také ti, pro něž je kantorská práce posláním, kterého nejsou ochotni se vzdát. K současnému špatnému personálnímu stavu našeho učitelstva podstatně přispělo nedostatečné finanční ohodnocení práce učitele a s tím související pokles respektu k učitelské profesi, narůstající agresivita společnosti (dětí, rodičů, někdy i sponzorů a bohužel i nadřízených orgánů), soustavný mediální tlak na učitele apod. Zatím to bohužel nevypadá, že by se na tom mělo něco změnit.

Velkou vinu na stoupající vlně agrese nesou i všechny polistopadové vlády, protože umožnily, aby se učitelská profese ocitla na okraji zájmu společnosti. Na některých gymnáziích říkají studenti pedagogům socky a podle toho se k nim také náležitě chovají. (Metro, 18. 6. 2007)

Velkým problémem našeho současného školství je udržet ve školách dobré učitele a získávat nové, mladé a kvalitní učitele. K tomu je na jedné straně třeba dát učitelům **dobré platové podmínky, vytvářet ve školství a vůči školství dobrou atmosféru, učitele nezatěžovat zbytečnou administrativou, psaním nejružnějších otravných „slohových cvičení“**, a na druhé straně od učitelů vyžadovat kvalitní práci a umožnit jim **rozumně koncipovaný kvalifikační růst**, na který by měl být vázán i jejich platový postup.

Bohužel je třeba říci, že jsme v současné době svědky naprostého nepochopení tohoto základního problému. Svědčí o tom např. navrhované „prominutí“ vysokoškolského vzdělání učitelům základních škol (poslanci ODS Walter Bartoš a Petr Pleva – květen 2007)¹¹ nebo nedávná úvaha o propuštění tisíců pracovníků ze školství či snahy o zvyšování počtu žáků ve třídách. Nelze předpokládat, že se za takovéto situace bude k vysokoškolskému studiu učitelství hlásit dostatek kvalitních uchazečů, že dobří absolventi učitelství budou do škol opravdu nastupovat a že ze škol přestanou odcházet dobří učitelé, kteří tam ještě zbyli.

Ke spokojenosti učitelů a k jejich profesnímu růstu nepřispívá ani současný, značně formální systém dalšího vzdělávání učitelů, ani tvorba ŠVP a s ní spojená planá školení a bezobsažné instruktáže (s výborně placenými lektory).

c) Nekázeň

Velmi vážným problémem, který výrazně ovlivňuje školní vzdělávání a výchovu, je značná nekázeň, která na mnohých školách panuje. **V prostředí, které ovládla nekázeň, nelze řádně vyučovat, nelze vychovávat, nelze se učit.** Obrovské úsilí musí mnohdy učitel vyvinout jen na to, aby děti „udržel v lavicích“, aby zabránil úrazům apod. Jak má učitel vyučovat a jak má třída pracovat, běhají-li děti při hodině po třídě, soustavně vyrušují, odcházejí-li při hodině na záchod, do bufetu, telefonovat na chodbu apod.? K nárůstu nekázně ve školách bohužel často přispívají i některé z výše uvedených jevů,

¹¹ Viz např. Jana Maříková: *Maturanti za katedrou – řešení, či zlevnění?*, Britské listy, 24. 5. 2007.

které jsem označil za nepodstatné. Domnívám se, že nekázeň snadněji vzniká tam, kde jsou neuspořádané lavice a počmárané zdi, kde je možno kdykoliv odbíhat při vyučování ze tříd apod. Takováto volnost často inspiruje žáky a studenty k odmítání jakéhokoli řádu, k odmítání kázně a pořádku, k pocitům, že je vše dovoleno.

Jan Amos Komenský o kázni píše:

- *Bez kázně se nenaučí buď ničemu, nebo ničemu pořádně.*
- *Přejeme si, aby při činnosti tak posvátné, jako je vzdělávání ducha, nebylo bití a vzteklého hněvu.*
- *Kdyby se přece mělo u chlapců užiti bití, mělo by se použiti spíše metly než pohlavků, a to beze všech drsných slov, bez sveřepého tváření a zuřivého mlácení, aby žáci viděli, že se nikterak nehoví hněvivě nenávisť, nýbrž že se dbá o jejich prospěch.* ([5], str. 26–27)¹²

Uvolnění školní kázně, k němuž v uplynulých letech došlo, přispělo rovněž k tomu, že v dětských kolektivech narůstá násilí, agresivita a šikana, která je často zacílena i na učitele. Není výjimkou, že se žáci některé učitele snaží ve třídě při hodině vyprovokovat a vzniklou situaci zachytit mobilem (*Teror ve škole! Žáci napadnou i učitele*, Právo, 15. 6. 2007). Je pochopitelné, že čas od času dojde na některé škole k většímu konfliktu mezi žáky a učiteli, který je vzápětí široce medializován. Tragické důsledky mívá soustavná šikana těch žáků či studentů, kteří se nějak odlišují.

Žáci a studenti jsou si dobře vědomi toho, že jsou jim v zákonech a vyhláškách přiznána nejružnější práva, ale že nemají vymezeny téměř žádné povinnosti. Dobře cítí bezmocnost školy a učitelů, kteří nemají žádné prostředky, kterými by kázeň a řád ve škole zjednali. Při vzniklých konfliktech se navíc často rodiče postaví proti škole, učitelé jsou vzápětí očerněni v médiích. A to již v okamžiku, kdy případ ještě není vyšetřen, natož uzavřen. Učitelé i ředitelé se bojí stížností a případných soudních tahanic, proto poměrně často ustupují agresivitě žáků, studentů i rodičů.

Děti pochopitelně napodobují vše, co vidí kolem sebe. Jsou pod výrazným vlivem agresivních filmů a počítačových her, které přetékají

¹² Na jiném místě Komenský výstižně píše: ... škola bez kázně, mlýn bez vody. Nebo odejmeš-li mlýnu vodu, stane; odejmeš-li škole kázeň, oslábne; rovněž jako roli nepleješ-li, chamradí obilíčko hubící roste; strůmek, neklestíš-li, neokopáváš, neosklubuješ, vlkovatí atd. (Didaktika česká, kap. XXVI)

brutalitou. Snadno se na internetu dostávají k materiálům, které jim do rukou nepatří. Dobře vnímají svět kolem sebe i chování dospělých ve svém bezprostředním okolí i v celém státě. A televize bohužel poskytuje téměř výhradně negativní příklady. Kolikrát jsme zhlédli, jak lékař, politik a poradce prezidenta republiky v jedné osobě nečekaně zezadu prudce udeřil do hlavy sedícího člověka (a řada přítomných lékařů tomu dokonce zatleskala), kolikrát jsme viděli vulgární gesto našeho předního politika předvedené dokonce v poslanecké sněmovně, jak často jsme slyšeli a četli vulgární, arogantní a agresivní výroky jednotlivých politiků.

Velmi negativní důsledky pro vztah žáků a studentů ke škole má arogance některých rodičů. Těch, kteří mají pocit, že si mohou všechno dovolit (síla peněz, pocit beztrestnosti), i těch, kteří nemají sebemenší úctu ke vzdělání (primitivismus). Neblahý vliv má často i nevhodné povzbuzování žáků a studentů k tzv. kritičnosti a otevřenosti a současné potlačování obyčejné lidské slušnosti. Není správné omlouvat aroganci studentů tzv. přirozenou vzpourou mládí proti autoritám a proti celé společnosti. Vše má mít své meze.

Situace již dospěla tak daleko, že se i média, která ještě před několika lety volala po větší „svobodě“ ve školách, pozastavují nad uvolněnou kázní, agresivitou, násilím, šikanou, silící brutalitou žáků a studentů (nezletilí vrazi) a nad dalšími závažnými problémy – nárůstem drogové závislosti, alkoholismu a kriminality ve velmi nízkých věkových vrstvách. Píší dokonce o epidemii násilí a šikany ve školách a uvažují o návratu tělesných trestů (viz např. Metro, 18. 6. 2007).

d) Být „in“

Jak již bylo řečeno, doba se v uplynulých dvou desetiletích podstatně změnila, společnost se rozvrstvila podle hmotných poměrů, výrazně narostly sociální rozdíly. Ty se silně projevují i mezi našimi žáky a studenty. I malé děti mají dnes velmi dobrý přehled o tom, kdo ze spolužáků má značkové oblečení, nejnovější model mobilu, kdo z nich byl na dovolené v Thajsku, v Austrálii, v USA a kdo v Horní Dolní. U mnoha dětí se vyvinula výrazná závislost na zážitcích a hmotných statcích (mobil, počítač, ...). Některé děti, a není jich málo, dostávají všechno příliš brzy, hned, jak po tom zatouží, někdy i podstatně dříve. Musí

být tzv. „in“. A bohužel právě ti, co nejsou „in“, jsou velmi často ve škole objektem šikany. Má-li dítě, které nemá ani značkové oblečení, ani nejnovější model mobilu, ve společnosti svých vrstevníků obstát, musí mít značnou vnitřní nebo tělesnou sílu a musí umět se svým okolím vhodným způsobem komunikovat. Učitel by si měl tyto skutečnosti dobře uvědomovat, neboť **řada problémů a konfliktů ve třídě může pramenit právě ze sociálních a majetkových rozdílů**. Konflikty, šikana a napjatá atmosféra ve třídě likvidují z velké části soustředění žáků na učení a vzdělávání. Bez dobré atmosféry ve třídě nelze očekávat rozumné pedagogické a výchovné výsledky.

Presycenost zážitky nejrůznějšího druhu může již ve velmi raném věku vyvolávat u některých dětí silné pocity nudy. A z nudy se dokáží tyto děti dostat pouze stále silnějšími a silnějšími prožitky, což je často přímá cesta k riskantním „zábavám“, k alkoholu, drogám a kriminalitě. Pokud se nám podaří **motivovat děti k rozumným a zdravým aktivitám, nejraději ještě před pubertou**, je vyhráno. A není příliš podstatné, zda aktivitu dětí zaměříme k matematice, k historii, literatuře, výtvarnému umění, sportu či turistice apod. Důležité je **zaměstnat je zajímavou a užitečnou činností**. Dítě, které má své vážné zájmy a pravidelné aktivity, se zpravidla dostane do kolektivu obdobně zaměřených jedinců, úspěšně se vyhne drogám, kriminalitě, postupně získává sebevědomí a váží si samo sebe.

Málokterý učitel může být v očích svých žáků opravdu „in“, jeho postavení ve třídě i ve škole tím může být rovněž silně ovlivněno. Učitel by se s tím, že není „in“, měl umět elegantně vyrovnat. Měl by se snažit být „above“.

Musíme umět svým žákům srozumitelně, s nadhledem (a bez zatrpklosti pramenící z toho, že sami nejsme „in“) **vysvětlit, které věci jsou v životě podstatné a které nepodstatné**, které důležité a které nedůležité, které vedou ke štěstí a spokojenosti, co je „zlato“ a co je jenom „pozlátko“. A při vhodných příležitostech to připomínat i rodičům svých žáků.

e) Státní versus soukromé

Velmi závažným problémem dnešní doby je vztah státního a soukromého školství.

Domnívám se, že současná školská politika našeho státu značně přispívá k devastaci státních škol. Mám bohužel pocit, že právě to je cílem některých skupin reformátorů, zejména těch, kteří jsou nějak spjati se soukromým školstvím. Je totiž jasné, že se obtížněji budují soukromé školy **vedle** kvalitního státního školství než **na jeho troskách**.

Současná ministryně školství zastává názor, že soukromé školy jsou diskriminovány, neboť dostávají pouze 90 procent normativu na žáka. Požaduje „rovnoprávnost“. Školné, které soukromé školy vybírají, jde na nadstandard. Není vyloučeno, že zanedlouho budou na soukromých školách učit výhradně kvalifikovaní učitelé, zatímco na státních školách (podle návrhů poslanců W. Bartoše a P. Plevy) převážně středoškoláci bez kvalifikace a důchodci.

Sponzorskými dary jsou většinou podporovány školy soukromé; někteří podnikatelé těmito dary pomáhají svým dětem ve studiu. Nedávno proběhla tiskem zpráva o sponzorském daru ve výši 100 milionů korun, které získala jedna pražská soukromá škola na svůj rozvoj. Malá chátrající státní škola v chudém regionu těžko sežene sponzory. Je odsouzena k živoření nebo k zániku. Drobnými částkami jí přispějí nanejvýš rodiče dětí, které do ní chodí.

Vzdělanost obyvatelstva je pro každý stát věcí životní důležitosti. Náš stát se však postupně zbavuje zodpovědnosti a kontroly svého školství.

Podle mého názoru je pro stav vzdělanosti v naší republice životně důležité **udržet kvalitní státní školství**. Nelze předpokládat, že by veškerá populace měla možnost studovat na soukromých školách a platit vysoké školné.

8. Učitel a jeho autorita

Přes veškeré negativní jevy, které jsem kritizoval a kritizuji, jsou mezi námi stále ještě výborní učitelé. Ve školách dosud vydrželi, jsou v tom nejlepším slova smyslu osobnostmi a autoritami. A to nejen ve svém školním prostředí, ale i ve své obci, v profesní či zájmové organizaci a obecně ve společnosti – jsou osobnostmi všude tam, kam přijdou.

Autorita učitele se opírá o jeho odborné znalosti, o jeho všeobecný rozhled, o jeho přístup k lidem – žákům a studentům, jejich rodičům,

k ostatním učitelům, k řediteli, a o jeho postoje ke společnosti a k životu.

Dobrý učitel zná svůj předmět do hloubky, má patřičný nadhled nad látkou, kterou učí. Zajímá se o svůj obor a umí o něm promluvit. Vzdělává se, sleduje vývoj své disciplíny, její souvislosti s ostatními obory (mezipředmětové vztahy). Jedině tak může své žáky a studenty zaujmout, motivovat je k práci a inspirovat. Není tak podstatné, zda vzbudí zájem o svůj předmět nebo zda svým přístupem přivede žáky k všestranné touze po vzdělávání, vzdělanosti a obecné kultivaci.

Dobrý učitel se zamýšlí nad vyučovacími metodami a postupy, vyhodnocuje zkušenosti své každodenní učitelské práce, své úspěchy i nezdary. Není na škodu, když si přečte nějakou kvalitní pedagogiku, metodiku nebo didaktiku. Velmi užitečné pro obecný rozhled je studium myšlenkového vývoje lidstva, četba dějin filozofie, dějin vzdělávání apod. Pro rozvoj osobnosti učitele, pro posilování jeho autority je nesmírně důležité bytostné zaujetí pro věc, snaha zlepšovat své pedagogické působení a rozvíjet své schopnosti. **Učitel musí rovněž v určitém smyslu držet krok s dobou**, zejména musí umět v rozumné míře zacházet s počítačem, musí umět vyhledávat informace na internetu, vyhodnocovat je, nesmí se nechat svými žáky šidit v případech, kdy „opisují“ z internetu (Ctrl+C, Ctrl+V).

Velký respekt učitel získává svým všeobecným rozhledem, svými mimoškolními zájmy (vědecké, umělecké, kulturní, sportovní atd.), svou ochotou a schopností hovořit čas od času se studenty „o čemkoli“. Velkou pozornost vzbudí ve třídě „mimořádná událost“, kdy učitel při výkladu nebo při zkoušení odbočí a „zapovídá se“ o nějakém zajímavém tématu – „o životě“, o vývoji společnosti, o vztahu k práci, o žebříčku hodnot apod.

Právě tato „nevýuková“ složka vyučování je nesmírně důležitá – „lidské popovídání“ výrazně zlepší atmosféru ve třídě. Učitel, který někdy ve třídě zavzpomíná, jakým byl sám studentem, jak se ve škole choval, jací byli jeho spolužáci (a spolužačky), co tehdy ve škole prováděli, jaká byla doba, co si mysleli o životě apod., bude svým studentům bližší. Učitel se nesmí bát zaujmout stanovisko k aktuálním událostem, může reagovat na významné kulturní a sportovní události atd. Měl by dávat jasně najevo, že některé věci se prostě „nedělají“, že naopak pro jiné věci stojí za to žít, napnout všechny síly

a ledacos obětovat atd. Studenti v takovýchto situacích dobře vycítí, zda je učitelova zpověď upřímná, zda za svými slovy opravdu stojí. **Ekologické chování, sociální cítění, občanské postoje atd.** – **to vše se v dětech nejsnadněji vychová „mimoděk“**, ve vhodných situacích, při reakcích na konkrétní události a nikoli zaváděním dalších předmětů, pro něž jsou uměle vytvářeny osnovy, standardy, sepisovány kompetence a vzletné fráze v RVP a ŠVP.

Učitel nesmí stavět svůj předmět nad jiné předměty, nesmí vyžadovat, aby všichni žáci právě jeho předmět milovali a dávali mu před ostatními předměty přednost. Jsou přece i jiné předměty, jiné aktivity a jiné zájmy. Nepodporujeme jako učitelé matematiky na školách redukci výuky češtiny, dějepisu, zeměpisu, jazyků apod., stavme se však proti marnění času při nejružnější „únikové“ neplodné výuce, byť se třeba jedná o módní záležitost. Snažme se ukázat, že ve všech předmětech se něco z matematiky skrývá.

Důležitý je lidský profil učitele, jeho láska k oboru, ke studentům a obecně k lidem. Každý učitel by si měl připomínat, jakým byl sám studentem, a mít pochopení pro výstřelky mládeže. Na jedné straně být shovívavý, na druhé straně nekompromisně potírat zlé a nečestné jednání. **Nesmí se nechat vyprovokovat**, musí být nad věcí, řadu věcí a situací přejít s humorem. Studenti se někdy snaží učitele tzv. „vytočit“, zprvu v tom ani není zlý úmysl, jen studentská zábava a zahánění nudy. A pak záleží na učiteli, jak reaguje. Postaráme-li se, aby nuda ve třídě nebyla, máme z velké části vyhráno. I potom nás někdy studenti provokují, ale většinou v dobrém, mnohdy se snaží, abychom se rozpovídali o něčem zajímavém.

Není snadné se stát osobností a být vnímán jako autorita. Je to stále těžší a těžší, neboť postmoderní doba autoritám nepřeje (viz např. [1]). **O autoritu, vážnost a obecné uznání je třeba dlouhodobě usilovat.** Poctivou prací, soustavným vzděláváním, svým chováním, působením a nasazením, svým zájmem o věc a svým úsilím o obecné dobro v tom nejlepším slova smyslu. Kdo chce být autoritou, nesmí ke všemu mlčet, nesmí být příkrčený, musí za svými názory stát, nesmí je měnit podle toho, jaký prospěch z toho či onoho stanoviska lze v té které chvíli očekávat.

Žáci někdy pochopí svého učitele až po dlouhé době, když tzv. přijdou k rozumu, když získají větší životní zkušenosti a rozhled. Do-

datečně třeba porozumí jeho postojům, které dříve nechápali, ocení na jedné straně jeho přísnost, na druhé straně jeho laskavost, jeho angažovanost „pro věc“. Někdy to svému učiteli po letech řeknou, vzpomínají a poděkují. To je velká odměna za naši učitelskou profesi, odměna, která se nedá penězi vyvážit.

9. Možnost nápravy – vysvětlovat, vysvětlovat, vysvětlovat

Domnívám se, že jedinou cestou, která může vést k určité nápravě, je kvalitní každodenní práce každého z nás, práce na naší škole, v naší třídě, v prostředí, v němž se pohybujeme. Jsem přesvědčen, že **jediný způsob, jak se do jisté míry úspěšně vyrovnat s negativními vlivy doby, je vhodný způsob komunikace s žáky, studenty, rodiči, ředitelem školy** atd. Musíme pravidelně, zcela otevřeně, srozumitelně, klidně a třeba i s humorem zaujímat stanoviska ke všemu, co nás obklopuje, a přesvědčivě zdůvodňovat své postoje. Jako osamocený učitelé ničeho nedosáhneme. Musíme se snažit na svou stranu získávat žáky, studenty, jejich rodiče i ostatní populaci. Jinak budeme stále prohrávat a prohrávat bude současně celá společnost.

Při každé příležitosti **vysvětlujeme svým žákům a studentům smysl požadavků, které na ně klademe**. Hovoříme o svých životních zkušenostech, nebojme se prezentovat sami sebe někdy jako kladný, někdy jako záporný příklad. Nebojme se upřímně hovořit o svém studiu, svých přednostech a chybách, úspěších, neúspěších, o nesplněných dětských i mladických snech a přáních i o svých životních zklamáních. **Vysvětlujeme své postoje rovněž rodičům žáků, kolegům i řediteli školy**. Tento přístup má výrazný **preventivní charakter**, některým problémům se studenty, s jejich rodiči, s kolegy učiteli i s ředitelem se tak úspěšně vyhneme.

Vysvětlujeme dětem, že je vzdělanost užitečná a prospěšná pro jedince i pro celou společnost. Že náš život obohacuje, naplňuje, inspiruje.

Vysvětlujeme rodičům, že je prospěšné motivovat děti a mládež ke studiu a vzdělávání, že není rozumné stavět se proti škole a proti učitelům, že takovým postojem svým dětem škodí. Je třeba táhnout za jeden provaz; rodiče by neměli podrývat autoritu školy a škola by měla podporovat výchovné snažení rodičů.

Vysvětlujeme dětem i jejich rodičům, že čas promarněný v dětství a v mládí nám již nikdy nikdo nevrátí. Co jsme zanedbali v dětství a v mládí, co jsme se nenaučili ve škole, těžko v životě doháníme, pokud je to ještě vůbec možné. Nejvýraznější je to při učení jazykům. Není proto rozumné zapisovat si ve škole „únikové předměty“, postupovat „cestou nejmenšího odporu“ a marnit tak čas. Poctivý přístup ke studiu a k pracovním povinnostem se vyplatí, i když třeba ne hned.

Vysvětlujeme dětem i rodičům, že se **ve škole děti nemají jenom bavit**, že mají rozvíjet své znalosti a dovednosti, cvičit „ducha i tělo“, že se mají ve škole učit pracovat.

J. A. Komenský napsal: *Nejjednodušší definice školy zní, že je to pospolitost učitelů a žáků. Ale vyučování je práce. Proto je škola místem práce. Vyučování je, jak pravím, práce, protože vyučovat znamená nic jiného, než vést k věděni ty, jimž věděni chybí.* (Jak vyhnat ze školy lenost, 1652)

Vysvětlujeme, že předem nelze říci, co bude kdo v životě potřebovat. Že vůbec nevíme, jak bude společnost a svět vypadat za pět, deset či dokonce za padesát let, v době, kdy naši žáci a studenti budou žít svůj život. Že nemůžeme vědět, kam čas koho zavane, do jakého postavení a situace se kdo dostane. Zdůrazňujeme, že cokoliv se naučíme, cokoliv známe, vše se nám může v životě hodit. A naopak. Čím méně umíme, čím méně známe, tím méně šancí nám život dá, tím méně možností dobrého uplatnění nabídne. Široké znalosti, rozvinuté dovednosti a kvalitní pracovní návyky otvírají každému mladému člověku dveře k budoucnosti. Jako příklad užitečných dovedností lze uvést tzv. počítačovou gramotnost, jazykové znalosti, celkový rozhled, flexibilitu, schopnost racionálního přístupu k řešení problémů atd. Nemají tedy valného smyslu otázky žáků i rodičů: *K čemu mi to bude? Kdy a kde to budu v životě potřebovat?*

Vysvětlujeme, že porozumění věcem, jevům a událostem přináší člověku uspokojení, někdy dokonce výrazné pocity štěstí. Uvádějme vhodné příklady (vlastní zážitky, životní zkušenosti, osudy známých badatelů apod.). Studium a pracné získávání nejruznějších návyků – někdy i drilem – sice stojí značné úsilí, ale je vyváženo radostí z rozvíjejících se schopností, pocity štěstí a často dokonce euforií z poznání, z rozvoje schopností a dovedností.

Vysvětlujeme dětem i rodičům, že dosažený úspěch, zejména v současném pojetí, má i svůj rub. Úspěch (velké peníze, sláva a popularita) sám o sobě štěstí nepřináší, často je provázen poškozeným zdravím (sport, modeling), depresemi, drogami, skandály i sebevraždami. A pokud nejde o úspěch poctivý, pak třeba i vraždami, soudními spory atd.

Upozorňujeme studenty i jejich rodiče na to, že nelze věřit médiím. Život prezentovaný v médiích se velmi silně odlišuje od života skutečného. Média přinášejí hlavně informace skandální, kontroverzní a katastrofické, neboť zprávy o tom, co se kde dobrého stalo a podařilo, prý nikoho nezajímají. Předváděná agresivita, vulgárnost a nesnášenlivost motivují k následování. Média tak bohužel vytvářejí ve společnosti neblahou atmosféru a zásobují nás velkou dávkou negativních příkladů. Je těžké vést žáky a studenty ve škole ke slušnému a zdvořilému chování, útočí-li na ně okolní svět tolika zápornými vzory – stačí se někdy podívat např. na přenos z poslanecké sněmovny.

Vysvětlujeme rodičům, že nemají stresovat děti kvůli špatným známám, že to k ničemu dobrému nevede, že známky získané ve škole jen velmi málo korespondují s budoucím uplatněním v životě. Mnozí žáci, kteří měli ve škole špatný prospěch, se v životě výborně uplatní, řada premiantů naopak žádných výrazných úspěchů nedosáhne. Navíc je třeba připomenout, že pod pojmem úspěch si každý představuje něco jiného. Jistě si vzpomeneme na vhodné a poučné příklady (ze svého okolí, z okruhu svých spolužáků nebo žáků). Zdůrazňujeme, že pro dobré uplatnění v životě je podstatná motivace absolventa školy k činnosti, kterou po nástupu do zaměstnání začne vykonávat, jeho „zájem o věc“, nasazení, morálně volní vlastnosti atd.

Vysvětlujeme žákům i jejich rodičům, že není tak podstatné, zda se ve škole známkuje nebo slovně hodnotí. Špatný a líný učitel asi nebude místo známek psát spravedlivá, výstižná a užitečná slovní hodnocení. Dobrý a pracovitý učitel, který známkuje, jistě pravidelně sděluje svým žákům, v čem chybují, kde mají slabiny a jak je odstranit, povzbuzuje je, pomáhá jim atd. Atmosféru ve třídě a ve škole nedělá známkování nebo slovní hodnocení, ale přístup učitele, ředitele i celého učitelského sboru ke studentům, na druhé straně pak

postoj studentů a jejich rodičů ke škole. Přejde-li škola od známkování ke slovnímu hodnocení, nezmění se špatní učitelé v učitele dobré a neprospívající žáci v žáky výborné.

Vysvětlujeme dětem i jejich rodičům, že škola má děti nejen učit a vychovávat, ale i připravovat pro život. Vést a inspirovat je k nejrůznějším aktivitám (exaktním, přírodovědným, humanitním, uměleckým, sportovním apod.), budovat v nich pracovní návyky, odpovědnost, cílevědomost. K přípravě na budoucí život patří podle mého názoru i určitá dávka stresu. Strach z prověrek a ze zkoušení není třeba považovat za negativní jev. Rodiče však nesmí doma stresovat své děti kvůli známkám.

10. Závěr

Na závěr bych rád znovu zopakoval, že **každý z nás má možnost přispět ke zlepšení vzdělanosti a vzdělávání ve svém bezprostředním okolí.** Někdo větší, někdo menší, podle toho, na jaké škole učí, jaké postavení má, kolik žáků vzdělává atd. Tuto možnost nám nemůže dát ani vzít žádná reforma. Čím více učitelů si tento fakt uvědomí a bude usilovat o nápravu, tím lepších celkových výsledků lze dosáhnout.

Každý učitel se může snažit kolem sebe vytvářet skupinku učitelů, studentů a spřízněných duší, skupinku těch, kteří chtějí pracovat a vzdělávat se, těch, kteří mají uspokojení a radost z poznávání a objevování, kteří mají chuť přiložit ruku k dílu a podílet se v přátelském a upřímném prostředí na nějaké společné aktivitě. Takovýmto skupinkám říkám s jistou dávkou nadsázky a humoru **ostrůvky pozitivní deviance**. Snažme se o vytváření a rozvíjení takovýchto ostrůvků.

Literatura

- [1] H. Arendtová, *Krise kultury* (Edice Váhy, Mladá fronta, Praha, 1994; přeložil M. Palouš).
- [2] J. Bečvář, *Matematika, vzdělanost a vzdělávání* (in M. Lávička, B. Bastl, M. Ausbergerová (ed.): 10. setkání učitelů matematiky

- všech typů a stupňů škol, 2.–4. 11. 2006, Srní, 2006, str. 49–63. Sborník byl rovněž vydán na CD).
- [3] M. Černohorský, M. Fojtíková, J. Janás (red.), *Poceta Komenskému. Pracovní materiály seminářů Jednoty čs. matematiků a fyziků* (Odborná skupina Pedagogická fyzika FVS JČMF, Brno, 1991).
 - [4] O. Chlup, *Pedagogika. Úvod do studia* (3. doplněné vydání, Státní nakladatelství, Praha, 1948)
 - [5] J. A. Komenský, *Analytická didaktika* (Státní nakladatelství, Praha, 1947; přeložil E. Čapek).
 - [6] J. Kopecký, *J. A. Komenský a naše školské reformy*, Pedagogika, 41, 1991, 581–592.
 - [7] J. Kopecký, J. Patočka, J. Kyrášek, *Jan Amos Komenský. Nástin života a díla* (SPN, Praha, 1957).
 - [8] O. Chlup, J. Kubálek, J. Uher, *Pedagogická encyklopedie I, II, III* (Novina, Praha, 1938, 1939, 1940).
 - [9] K. R. Popper, K. Lorenz, *Budoucnost je otevřená. Rozhovor v Altembergu a texty z vídeňského popperovského sympozia*, (Vyšehrad, Praha, 1997; přeložili J. Kohout a E. Stuchlíková. V originále vyšlo roku 1985).
 - [10] K. R. Popper, *Život je řešení problémů. O poznání, dějinách a politice* (Edice Souvislosti, Mladá fronta, Praha, 1998; přeložili J. Kohout a E. Stuchlíková. V originále vyšlo roku 1994).
 - [11] V. Příhoda, *Racionalisace školství. Funkcionální organizace školské soustavy* (Orbis, Praha, 1930).
 - [12] Autorský kolektiv, *Rámcový vzdělávací program pro gymnázia*, (Výzkumný ústav pedagogický v Praze, Praha, 2007).

POZNÁMKA: Příspěvek „Naše žhavá současnost“ byl přednesen na konferenci „Matematika – základ evropské vzdělanosti“, která se konala ve dnech 20. a 21. září roku 2007. Převzat je ze sborníku této konference „O škole a vzdělávání“ (ed. M. Bečvářová), Matfyzpress, Praha 2007, ISBN 978-80-7378-029-6, str. 71-89.

NONDUM OMNIUM DIERUM SOL OCCIDIT¹

JINDŘICH BEČVÁŘ

Dne 20. září 2007, ihned po oficiálním zahájení hradecké konference **Matematika – základ evropské vzdělanosti**, byla přečtena výzva *Všem, jejichž hlas je slyšet*, a zveřejněn první seznam jejích signatářů. V následujících dnech o výzvě informovaly některé sdělovací prostředky. Celý její text byl dne 1. října otištěn v *Literárních novinách* a 5. října v *Právu*. Po ukončení konference byl text výzvy spolu s prvním seznamem signatářů vystaven na webové stránce Katedry didaktiky matematiky Matematicko-fyzikální fakulty UK <http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm>

a na několika dalších webových stránkách, např.

<http://www.stolzova.cz>,

<http://www.ceskaskola.cz>,

<http://www.ucitelskelisty.cz>,

objevil se i ve slovenské verzi *Všetkým, ktorých hlas je počuť*.²

Výzva vyvolala poměrně velkou reakci, pozitivní i negativní.

Kladný ohlas se projevoval a stále se projevuje zejména růstem počtu signatářů. Ke dni uzávěrky tohoto sborníku³ je v pěti souborech více než tisíc signatářů. Výzvu 11. října podpořil Vysokoškolský odborový svaz, 23. října ji podepsalo 17 členů Klubu novinářů-seniorů při Syndikátu novinářů ČR. Seznamy signatářů a další materiály související s výzvou jsou zveřejněny na výše uvedené webové stránce Katedry didaktiky matematiky MFF UK. Je tam též zřízena elektronická možnost připojení se k výzvě.

Děkuji na tomto místě všem signatářům za jejich e-maily vyjadřující souhlas a podporu, popisující nejrozličnější zkušenosti a zážitky, za e-maily přinášející cenné náměty a postřehy. Nebylo v mých silách na

¹Red. pozn.: „Ještě nezapadlo slunce všech dní“. Lépe česky: „Ještě není všem dnům konec.“

²Poľnohospodár 4/52 (9. novembra 2007), <http://www.polnohospodar.sk>.

³Red. pozn.: Jedná se o sborník *O škole a vzdělávání*.

všechny odpovídat. Znovu se za to omlouvám. K těmto dopisům se budu vracet, předpokládám, že postupně zpracuji myšlenky a náměty v nich obsažené a využiji je v nějakém dalším článku o současnosti a budoucnosti našeho školství.

Záporný ohlas vyvolala výzva u školských reformátorů, tvůrců rámcových vzdělávacích programů, učitelů pilotních škol placených za vytváření školních vzdělávacích programů, u dobře placených školicíků ostatních učitelů, kteří pak museli psát ve volném čase a zadarmo školní vzdělávací programy pro své školy, u školských podnikatelů, některých obecních pedagogů a některých novinářů. Kritici pitvali jednotlivé pasáže a věty výzvy, žonglovali se slovíčky, snažili se číst mezi řádky, hledali skrytý smysl textu, ale zcela ignorovali **to základní**. Někteří se dokonce nechápavě táží, *co bylo hlavním cílem zveřejnění výzvy* (D. Greger a D. Dvořák).⁴ Řeknu to tedy znovu, ještě jednou, ale jinými slovy. Výzva se obrací ke všem, kteří ovlivňují či mohou ovlivňovat veřejné mínění, a to v globálním, regionálním či zcela malém rozsahu, s následujícím sdělením a prosbou:

Situace nás, učitelů na všech typech a stupních škol, dnes není růžová. Negativní trendy, které se projevují ve společnosti, pronikají i do škol. Navíc jsme pod stále sílícím tlakem žáků a studentů, jejich rodičů, celé společnosti a nadřízených orgánů. Tento tlak bohužel nevede ke zlepšování naší práce, ale naopak, odvádí nás od toho, co je a má být naší hlavní povinností a aktivitou – od vzdělávání a výchovy našich žáků a studentů. Pomozte nám motivovat děti i mládež ke vzdělávání a vést celou naši společnost k pozitivnímu vztahu ke vzdělanosti.

Někteří kritici vyčítali výzvě patos a nedostatek důkazů pro uvedená tvrzení. Určitý patos však k literárnímu útvaru *výzva* patří, důkazy nikoli. **Výzva** nemůže být obsáhlou monografií, statistickou studií, nemůže mít stovky stran obsahujících výsledky výzkumů, tabulky, grafy apod. Kdo by ji potom četl? Takovéto požadavky kritiků výzvy jsou absurdní. Pokud však sami tyto kritici pro své názory argumenty nepřinesou, hájí se slovy ... *psali jsme článek do novin a ne analytickou studii*.

⁴ D. Greger, D. Dvořák: *Mluvme o ní, ale hlavně ji zkoumejme*, web Stolzová, 6. listopadu 2007.

Někteří kritici výzvy zpochybňovali její úvodní část, v níž se konstatuje soustavný a všestranný úpadek hodnot, nárůst agresivity, nepoctivosti atd. Nevím, jaké důkazy konstatovaných jevů měly být uvedeny. Cožpak nestačí to, co dnes a denně vidíme kolem sebe? Rostoucí agresivitu řidičů a narůstající počty mrtvých a zmrzačených na našich silnicích, rostoucí drzost lupičů řadících v bankovních ústavech, benzinových pumpách, zlatnictvích atd., rostoucí agresivitu extremistů všeho druhu, surovost a bezostyšnost těch, kteří olupují bezmocné důchodce a postižené, proslulé „způsoby“ pražských taxikářů, různé triky umožňující vytáhnout z nepozorných občanů tisíce korun za telefonní hovory, stále častější adrenalinovou „zábavu“ dětí a mládeže (jízda mezi vagóny nebo na střeše vlaků metra, házení kamenů na jedoucí vlaky atd.), rostoucí brutalitu dětí a mládeže (podřezání spolužačky z gymnázia, zavraždění studentky medicíny na koleji její spolužačkou atd.), vylupování kostelů, hanobení hrobů, rozkrádání všeho možného, co lze zpeněžit ve sběrnách, pokračující tunelování, pojišťovací podvody, vraždy, požáry způsobované patrně neviditelnou rukou trhu, ale i rostoucí agresivitu politických stran.

Někteří kritici zpochybňují pokles vzdělanosti, o němž se ve výzvě hovoří, a vyžadují důkazy. Např. D. Greger a D. Dvořák z Centra základního výzkumu školního vzdělávání Pedagogické fakulty UK výzvě vytýkají, že se *neopírá o argumentaci ...*, resp. že *není doložena na dokladech a není vyargumentovaná*, resp. že *hovoří o mnoha věcech, aniž by je však dokládala*. Přitom sami píší: *Co víme o vzdělanosti žáků a studentů v České republice? Popravdě řečeno, ne mnoho. A to je hlavní problém, na který chceme poukázat. Longitudinálních výzkumů, které by sledovaly vývoj vzdělanosti v ČR, máme popravdě žalostně málo ...* Je na pováženou, polemizují-li výše uvedeným způsobem dva pracovníci Centra základního výzkumu školního vzdělávání s názory druhých a přitom současně přiznávají, že sami mnoho informací o vzdělanosti žáků a studentů v ČR nemají. A současně odmítají zkušenosti a názory stovek učitelů různých aprobací, kteří si na jednotlivých školách při každodenní práci vedou po řadu let různé statistiky úspěšnosti svých žáků a studentů a sledují tak vývoj jejich znalostí a dovedností, a navíc mají dosti přesnou představu i o vývoji jejich morálně volných vlastností (pracovitost, zodpovědnost, cílevědomost atd.). Kritikové výzvy nechtějí slyšet ani hlasy lidí z praxe, hlasy podnikatelů, lékařů, právníků, manažerů a pracovníků nejrozličnějších firem

a úřadů, kteří se setkávají při své práci s absolventy nejrozličnějších škol. Kritikům výzvy nestačí to, že rok od roku sledujeme s rostoucími obavami klesající úroveň znalostí a dovedností maturantů, kteří přicházejí studovat na vysoké školy, ani to, že jsme nuceni neustále snižovat úroveň přijímacích zkoušek⁵ i náročnost výuky v prvním ročníku, že musíme studenty prvních ročníků doučovat stále více látky, která je pro jejich další studium nezbytná a jejíž zvládnutí před maturitou bývalo ještě před několika málo lety samozřejmostí. Rovněž nestačí to, že si naši kolegové na středních školách stěžují na obdobné problémy se studenty, kteří k nim přicházejí ze škol základních.

B. Pečinka a T. Feřtek píší: *Reforma začala letos, a to jen v prvních a šestých třídách základních škol. Těžko tedy mohla snižováním požadavků ovlivnit vzdělání dnešních maturantů.*⁶ Ve výzvě však o reformě, která byla „spuštěna“ začátkem letošního školního roku, není ani slovo. Výzva hovoří o negativních důsledcích neuvážených kroků transformace českého školství, která probíhá již řadu let. Zdá se tedy, že ani novináři Reflexu nerozumějí psanému textu, resp. spíše nechtějí rozumět.⁷

Někteří kritici objevili ve výzvě levicové názory autora výzvy a jejích signatářů.⁸

Mám tedy levicové názory, mám-li hrůzu z narůstající agresivity řidičů, z rostoucího počtu mrtvých a zmrzačených na našich silnicích a z dalších jevů, které jsem v jednom z předchozích odstavců připomněl?

Mám tedy levicové názory, pozastavuji-li se s trpkostí nad tím, že studenti vysokých škol, snad budoucí učitelé, píší *gimnázium*, *klasifikace*, *archymedes* apod., že mají problém sepsat krátký souvislý text o několika větách, porozumět jednoduché slovní úloze a vyřešit ji, že netuší, s kterými státy sousedíme, že Hitlera řadí do 18. století, že jim

⁵ Hlavní příčinou je společensko-politická objednávka na dosažení co největšího počtu vysokoškolských studentů a financování škol podle počtu studentů. Viz J. Bečvář: *Matematika, vzdělanost a vzdělávání*, in M. Lávička, B. Bastl, M. Ausbergerová (ed.): 10. setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol, 2.–4. 11. 2006, Srní, 2006, str. 49–63.

⁶ B. Pečinka a T. Feřtek: *Vážení profesori, nechápete!*, Reflex, 11. října 2007.

⁷ *Intelektuálně nepoctivé je nerozumět a nechtít rozumět.* Karel Čapek: *Místo pro Jonathana!*, Symposion, Praha, 1970, citát ze strany 113.

⁸ M. Hekrdla: *O čem se nemluví*, Právo, 17. září 2007.

nic neříkají jména Jan Opletal a Jan Palach, že nemají základní představu ani o průběhu, ani o časovém vymezení 1. a 2. světové války, že nemají ponětí o stavbě a chodu sluneční soustavy atd. atd. atd.? A vyzývám-li, jako učitel, studenty i společnost k větší vzdělanosti, jsem pyšný a nesoudný? A pokud nad vším negativním mávnu rukou a řeknu: „A co má být?“, pak budu mít názory pravicové? ⁹ M. Čermákovi se zdá *směšné cítit odpovědnost za svět a společnost*. Musím s trpkostí konstatovat, že tento názor bohužel zastává příliš mnoho těch, kteří sedí na místech, kde o světě a o společnosti rozhodují. A myslím, že novinář, který necítí odpovědnost za svět a společnost, je špatný novinář. Protipólem M. Čermáka byl např. Karel Čapek, spisovatel, dramatik a novinář, který zodpovědnost za svět a společnost bytostně cítil.

Někteří kritici dokonce napsali, že autor výzvy i signatáři projevují nostalgii po minulém režimu. Mám tomu rozumět tak, že Tomáš Halík, Radim Palouš, Petr Piňha, Jan Sokol, Zdeněk Svěrák, Jiřina Šiklová, Josef Škvorecký, Rudolf Zahradník, Miroslav Zikmund a další by přivítali návrat minulého režimu? Není právě tento názor kritiků výzvy dokladem netolerance, arogance a hulvátství v naší společnosti? Tj. právě toho, o čem hovoří výzva *Všem, jejichž hlas je slyšet?*

O. Botlík dokonce sáhl k tvrdé demagogii: *Vždyť tito čeští vysokoškolské učitelé, vědci a herci popírají hlavní kriminální rysy budování komunismu v naší vlasti!*¹⁰ K takovému výkladu textu výzvy je opravdu zapotřebí bujná fantazie a notná dávka neslušnosti a agreivity.¹¹ Připomeňme si znovu jen ta jména signatářů, která jsou uvedena v předchozím odstavci!

Rovněž K. Steigerwald se demagogicky snaží ovlivnit čtenáře: *Vždyť součástí toho úpadku je i věta: Před třiceti lety úpadek nebyl, dnes je.*¹² Žádná takováto věta však ve výzvě není, ačkoliv se to snaží K. Steigerwald čtenářům naznačit.

D. Greger a D. Dvořák píší o něco mírněji: ... *nelze prostě tvrdit,*

⁹ M. Čermák: *Vyzývat k větší vzdělanosti je pyšné a nesoudné*, Lidové noviny, 2. října 2007.

¹⁰ O. Botlík: *Signatáři doložili vlastní neschopnost. Ad LN 5. 10.: Výzva, která spadla z Marsu*, Lidové noviny, 9. října 2007.

¹¹ Nebo snad O. Botlík neporozuměl textu výzvy?

¹² K. Steigerwald: *Názory. Osobnosti varují před úpadkem. Co tím myslí?*, MF Dnes, 26. září 2007.

že socialistické školství s ideologicky deformovanými obsahy vzdělávání a posunutými interpretacemi dějin vedlo k lepšímu porozumění světu, než dává škola současná. Zdvořile se táži obou autorů, kde se toto tvrzení ve výzvě Všem, jejichž hlas je slyšet, nachází. A mělo by to někde ve výzvě být, neboť oba autoři ve stejném článku uvádějí: Naše kritika tak patří pouze textu výzvy ...

Nemohu se zbavit pocitu, že někteří kritici výzvy *Všem, jejichž hlas je slyšet*, jsou nejvíce pobouřeni tím, že se někdo opovážil vstoupit do jejich vykolíkovaného území, že se opovážil hovořit o problémech, které patří do jejich profesní sféry. S obdobnými postoji jsem se setkával již v letech 1990 a 1991 jako předseda Pedagogické komise Jednoty českých matematiků a fyziků, která tehdy předložila jeden z projektů transformace českého školství.¹³ Nemohu se rovněž zbavit pocitu, že ti, kteří vývoj českého školství v posledních sedmnácti letech nejvíce ovlivnili, nedokáží připustit jakékoli pochybnosti o úspěšnosti svého působení.

Někteří kritici dokonce přičítají vinu na současném stavu první stovce signatářů: *Kde žili své životy, kde budovali tento svět, kde pracovali a uplatňovali svůj vliv? ... Jejich nespokojenost a rozčarování nevydávají svědectví o dobrém díle. Možná oprávněně.*¹⁴ Styl tohoto dokumentu připomíná dobu dávno minulou, kterou již na počátku sedmdesátých let minulého století ironizoval např. Jan Vodňanský: *Kde žijí taková disneyovská zviřátka, která na Sněhurčin povel uklízejí v trpasličím domečku, která běží za trpaslíky na pracoviště a přemlouvají je, aby předčasně ukončili pracovní dobu? A jak se motiv těchto zviřátek ve filmu promítne do dalšího života malých diváků?*¹⁵

Někteří kritici vytýkají autorovi výzvy i signatářům, že nepředkládají konkrétní řešení a pouze kritizují. B. Pečinka a T. Feřtek z Reflexu píší: *... o řešení tu není ani slovo. K tomu, kudy dál ve vzdělávání, nám toho špičkoví intelektuálové mnoho neřekli.* Domnívám se, že s otázkou *kudy dál ve vzdělávání* by se měli novináři z Reflexu obrátit jinam. Tuto problematiku „řeší“ několik výzkumných ústavů. Kdokoli z nás se pochopitelně může pozastavovat nad výsledky jejich práce.

¹³ Viz Příloha časopisu Matematika, fyzika, informatika, 1. ročník, leden–únor 1992.

¹⁴ B. Sengrová: *Výzva, která spadla z Marsu*, Lidové noviny, 5. října 2007.

¹⁵ J. Vodňanský: *Analýza pohádky o Sněhurce a sedmi trpasličích*.

★ ★ ★ ★ ★

Na závěr musím bohužel napsat, že s velkými obavami sleduji ty projevy současného režimu, které připomínají projevy režimu minulého. Přidržím se jen oblasti školství, i když by bylo možno uvádět analogie i z jiných oblastí.

Ředitelé a učitelé musí na svých školách **povinně** vypracovávat obsáhlá **slohová cvičení** (školní vzdělávací programy, evaluace, autoevaluace atd.) a musí k tomu mnohdy **povinně** absolvovat různá **školení**. I za minulého režimu jsme byli nuceni sepisovat slohová cvičení a absolvovat povinná školení. **Kam se poděla tolik proklamovaná tvůrčí svoboda učitelů a škol**, kterou jsme získali po roce 1989?

Povinná evaluace a autoevaluace škol a učitelů připomíná dřívější **kritiku a sebekritiku**. To, co jedinec o sobě uvedl při sebekritice, bývalo často následně použito proti němu. Dnes se ředitelé škol i učitelé oprávněně obávají uvádět v evaluacích případné nedostatky, neboť by mohly být použity proti nim. Proti škole, proti řediteli i proti jednotlivým učitelům. Opět půjde o bezcenná slohová cvičení.

K čemu tyto vynucené povinnosti učitele a ředitele škol povedou? K **předstírání**. Na mnoha papírech a hlášeníh bude vše líčeno jako úspěšné, pozitivní, radostné, ale skutečnost bude jiná. Předstíráme nárůst vzdělanosti – zvyšujeme počet maturantů a vysokoškoláků snižováním požadavků. Zakrývání problematické skutečnosti krásnou kulisou bývalo nazýváno **potěmkinovskou vesnicí**.

Povinná slohová cvičení a hlášení, povinná školení jsou ve své podstatě vyjádřením **nedůvěry ve zdravý rozum a schopnosti učitelů a ředitelů**. Minulý režim se k učitelům choval stejně. Kdybychom si chtěli na některého ředitele nebo učitele došlápnout, vyhledáme příslušná slohová cvičení a začneme je formálně porovnávat se skutečnostmi. Jistě nějaké nesrovnalosti najdeme.

Nadšení některých mladých školských reformátorů připomíná **nadšení mladých svazáků**, které pamatují z dětství a mládí.¹⁶ **Po staru se žít nedá**, říkali tehdy. A kdo nesouhlasil, byl označen za člověka,

¹⁶ *Existují nadšenci bez schopností, a to jsou pak opravdu nebezpeční lidé.* Georg Christoph Lichtenberg: *Myšlenky, postřehy, nápady*, Odeon, Praha, 1986, citát ze strany 69.

který nepochopil požadavky doby, nesmířil se s lidově demokratickým (později socialistickým) zřízením. **Po staru se učit nedá**, tvrdí dnes reformátoři s planoucím zrakem. A ti, kdo nesouhlasí, jsou na některých školách označeni za zastánce totalitních metod výuky, jsou zastrašováni a mnohdy musí ze školy odejít. Měl jsem v posledních týdnech možnost vidět několik vystoupení zastánců rámcových a školních vzdělávacích programů, evaluací, autoevaluací a tzv. nových vyučovacích metod. Tato vystoupení byla **plná prázdných, nicneříkajících frází**. V plénu jsem sledoval několik mladých lidí (typ „svazák“), kteří si tyto fráze pečlivě zapisovali.

Výzva *Všem, jejichž hlas je slyšet*, byla **nejvíce kritizována právě v těch novinách a médiích, v nichž zveřejněna nebyla**. I tato skutečnost neblaze připomíná minulý režim.

D. Greger a D. Dvořák píší: *Ve výzvě postrádáme určitou míru radosti ze svobodné společnosti, v níž žijeme*. Kritizují rovněž *negativistické vyznění výzvy*. **Za minulého režimu bylo třeba rovněž projevat radost a optimismus** při budování socialismu, pochválit např. úspěšný průběh letošních žní, splnění závazků k Velké říjnové socialistické revoluci apod. Být obviněn z negativismu, nihilismu, neprojevit dostatečnou míru optimismu nebo jej dokonce kritizovat a ironizovat, bývalo nebezpečné a mívalo vážné důsledky (viz např. Kunderův *Žert*).

Pokud se dnes někdo odváží kritizovat nedostatky, které kolem sebe vidí, pak je velmi často **ideologicky nálepkován a zastrašován**. Je označen za příznivce minulého, tj. komunistického režimu, který likvidoval vzdělance, popravil Miladu Horákovou atd.¹⁷ Přesně tak se choval minulý režim. Z některých novinových článků současnosti je bohužel cítit štvavý duch nenávisti.

V Praze dne 17. listopadu 2007

¹⁷ Viz K. Steigerwald: *Názory. Osobnosti varují před úpadkem. Co tím myslí?*, MF Dnes, 26. září 2007.

VELKÁ ILUZE ČESKÉHO ŠKOLSTVÍ¹

PETR PIŤHA

Příští rok tomu bude 20 let od pádu komunistického totalitního režimu. Je to doba stejně dlouhá jako trvání 1. československé republiky. Snaha srovnávat vývoj vzdělanosti a školství v období 1918-38 a 1989-2009 nevedla by k ničemu, protože všechny komponenty života, které ho ovlivňují, jsou nesrovnatelně odlišné: stav vědy, technika, společenská skladba, politická a ekonomická situace, etický rámec - opravdu všechno.

Na druhé straně ovšem shoda v délce trvání zmíněných údobí takřka nutí k zamyšlení. Dvacet let je dobou, za kterou se společnost posune o celou jednu generaci, což znamená, že od listopadu vyrostla nová generace, která vstupuje do plně aktivního života. Jak tato generace opravdu vypadá, je obrazem toho, co jsme udělali nebo naopak neudělali. Náležitou otázkou rovněž je, čemu jsme napomohli a čemu jsme nezabránili. Takto položená otázka je spravedlivější, protože stav vzdělanosti a školství v žádném případě není jen dílem pedagogů. Hrají jistě roli významnou, ale ostatní vektory celkového pohybu jsou podstatně silnější. Mám na mysli roli rodičů, celkový vývoj dospělé části společnosti, vlivy ekonomické a překotný vývoj technologií. Jenže čím větší bude blížící se krize, tím více se bude svalovat na učitele. Rodiče, politici, ekonomové a většina dospělých odmítne svůj díl odpovědnosti. Naše společnost jako celek se k otázkám výchovy a vzdělávání staví nezodpovědně a sebezáhubně. Jako učitelé, to jest vychovatelé a vzdělavatelé, měli bychom posoudit svou míru chyb a upozornit na chyby ostatních.

Celá historie posledního dvacetiletí začíná stavem našeho školství před listopadem 1989. Toto komunistické školství trpělo hrůznou ideologizací, třídním přístupem a rovnostářským nesmyslem. Přitom to ovšem bylo školství profesionálně dosti dobré a přinášelo dobré výsledky. To platí zvláště pro první polovinu totalitní éry, kdy v našem

¹Red. pozn.: Přednášku pronesl prof. PhDr. Petr Piňha, CSc., dne 2. 4. 2008 na Pedagogických dnech na Univerzitě Hradec Králové. Od té doby se stala hojně publikovaným, šířeným a citovaným textem. S laskavým svolením autora ji otiskujeme i v našem sborníku.

školství pracovala převaha pedagogů vychovaných v době první republiky.

Revoluční nadšení, jak to ani nemohlo být jinak, vyzvedlo názor, že vše, co se dělo v předchozí době, bylo naprosto špatné. Tak např. byla proporcionalita předlistopadového školství vcelku správná. Co bylo ničivé, byl třídní a stranický klíč přijímacích řízení. Nadané děti nepřátel do učňáku, neschopné děti stranických činitelů na vysoké školy. Výsledek revolučních změn vedl k tomu, že máme předimenzované vysoké školství, inflaci gymnázií a tichou cestou zavedenou jednotnou školu až do maturity, základní školství stlačované na úroveň odkladových škol a kritický nedostatek učňovského školství, kam přicházejí žáci, s nimiž lze těžko co docílit. Sociální a ekonomické důsledky se už začínají ohlašovat.

Dalším výsledkem revolučního nadšení je, že byly otřeseny a odstraněny mnohé zcela nadčasové principy školství a výchovy, které s komunistickým režimem neměly nic společného, leda to, že trvaly a byly ideologicky zneužívány. Liberalizace, která byla zpočátku neuvážená, se stala bezbřehou. O tom budu vícekrát mluvit. Tím vznikly velké škody. Možná ještě větší škody vznikly tím, že jsme nekriticky přejímali vzory ze Západu a nebyli jsme ani schopni vidět, že se nadšeně ženeme do něčeho, co se tam neosvědčilo a od čeho pracně ustupují.

Zdá se nepochopitelné, jak je možné, že se národ s takovou pedagogickou tradicí může bezhlavě přiklonit jednou k Makarencovi, podruhé k technologiím behavioristů a nikdy se nezamyslet. Vysvětlení ovšem znám a je bolestné. Tlak hrubé moci v případě prvním a finanční moci v druhém byl větší než pevnost lidí. Jistě, učitelé jsou státní zaměstnanci, ale jejich submisivita hraničí se zbabělostí a bezpáteřností. Nedostatek lidské a stavovské důstojnosti učitelstva je vážným problémem společnosti. Má to staletí dlouhé kořeny. Nikoho nepranýřují, ale konstatují: školy naplněné zbabělci, kteří se zajímají nejprve, a často jedině, o svůj plat, nemohou nikoho vychovat v pevného, pravdivého člověka. Rodiče trvale podřývající autoritu učitelů obecně i konkrétně nemohou očekávat, že učitelé něco zvládnou.

Tři poznámky

Musím teď, dříve než přistoupím k popisu dnešní situace, udělat tři zásadní poznámky. Vím, že vždy je možno upozornit na výjimky. Říct, že jsou i dobří učitelé, školy, studenti atd. Jsou, zůstávají výjimkami. Možná že to ani nejsou výjimky, protože jich může být i mírná většina. Tím nelze smést ze stolu, že celkový stav dobrý není. Argumentace, při níž se odmítne problém poukazem na protipříklad, je v podobných debatách nejen logicky a věcně, ale hlavně morálně vadná. Když se hospodyně připálí hrnec s rýží, je masivní většina zrn nespálená. Nicméně hospodyně spálila rýži, každý to pozná, všechno smrdí.

Druhá poznámka se týká publikovaných rozborů a statistik. Jejich omezená kvalita mívá své příčiny v použitých statistických metodách a hlavně v přípravě a interpretaci. To, co budu dále říkat, opírám o dlouhodobé přímé pozorování, které o skutečném stavu říká často víc. Žijeme v dosti zvláštním teroru anket a průzkumů. Jenže to, jak nějaký vzorek lidí něco vnímá, říká jen, co si ti lidé myslí. Nevzejde z toho žádné pravdivé zjištění o skutečnosti. To, že 60% lidí řekne, že včera bylo hezky, a 40%, že bylo ošklivo, nám neřekne nic o včerejším počasí. Potřebujeme vědět, kolik bylo stupňů, jaký byl vítr, jaká byla oblačnost, tlak a srážky. To jsou věcné a důležité skutečnosti - říká se jim fakta - s nimiž musíme pracovat.

Třetím upozorněním je, že nebudu vyzdvihovat a občas ani zmiňovat kladné stránky. Dělán to nikoli proto, že bych propadl dnes rozšířenému nešvaru všechno zpochybnit a pošpinit, ale proto, že je všichni známe, zatímco stinné stránky buď dost neznáme, nebo, což je horší, nechceme vidět.

Výchova a kázeň

Zajímavým, pro mne alarmujícím, jevem je zájem o předmět etická výchova. Má zavádějící název. O etiku v něm příliš nejde. Je to nácvik prosociálního jednání. Jako takový je potřebný a přínosný. Jenže odhaluje fakt, že prosociální vlastnosti dětí a mládeže jsou v takovém stavu, že takovýto předmět vznikne. Zde leží vina na výchově v rodině a na běžném chování společnosti. Zmíněný předmět je zoufalou obranou. Děti přicházejí do školy i do předškolních zařízení nejenom nevychované, nepřipravené, bez zcela elementárních návyků, ale do-

konce zkažené. Případy, kdy dítě diskutuje s učitelem, to jest hádá se s ním, ale neumí se obléct a často si ještě ve škole neumí utřít zadek, jsou docela běžné. Že se děti ve zvláštním školním předmětu učí děkovat, požádat, omluvit se a zdravit, stojí za zamyšlení.

Výchova, která je neoddělitelnou součástí práce učitelů, je dnes omezena, ne-li vyloučena. Učitelé nemají v ruce nic, co by mohlo zjednat klid a kázeň. Nemají oporu v zákonných pravidlech. Vše tam hovoří pro žáka a jeho svobodu, popř. pro rodiče. Dojde-li ke sporu, neodvážá se ředitel postavit za své kolegy. Jednou proto, že rodiče školu sponzorují, podruhé proto, že mají vlivné postavení, potřetí proto, že jsou ochotni spor medializovat. Drzé, násilnické dítě nelze vyloučit, i když rozvrací celou školu. Učitel se nesmí dítěte dotknout, něco mu vytknout, dát mu špatnou známku, protože to je ponižování, nesmí se na ně ani vážně a přísně podívat. Listina lidských práv a svobod, listina o právech dítěte při sofistikovaném právním výkladu (dnes je to na denním pořádku), znemožňuje vyučovací proces vůbec. Našemu dítěti nebudete nutit nějaké vědomosti! Má právo na svůj názor.

Žákům je třeba vyhovět a pochopit jejich individualitu. Má-li právě potřebu se trochu proběhnout, má-li potřebu jít si na zahradu zakouřit, nemá-li potřebu zrovna teď psát diktát. Kdykoli může být učitel obviněn, že šikanuje. Nesmí se bránit, je-li napaden. Kopne-li žák učitelku, nesmí ho uhodit. Po incidentu musí být na pozoru, aby mu nedala špatnou známku, protože by to bylo podujaté hodnocení. Nikdo se neptá, jak se v budoucnu zapojí do pracovního procesu dítě, které nehodlá respektovat a nerespektuje časové členění na hodiny a přestávky. Zvonění je středověký nesmysl a nemá ve škole co dělat.

Trvám na tom, že škola je především určitý řád, pokud chybí, změní se škola na zábavné zařízení.

„Máš smůlu“

Nedostatek kázně se dramaticky projevuje na kvalitě jazykových projevů. Nesmyslné bláboly, rozpadlé věty, to, že žák píše pravý opak toho, co chce vyjádřit, to vše je přijímáno. Kvalitní dopracování úloh není vyžadováno. Stačí, aby se ukázalo, že žák rámcově ví, jak určitý typ příkladu řešit. Obávám se, že z našich škol začnou vycházet neotřesitelně drzí lidé, neschopní pořádné práce a bez schopnosti se dohodnout. Stále více se setkávám s lidmi, kteří jsou tak svobodní, tj.

neukáznění, že se to projevuje chaotičností myšlení, neschopností něco domyslet. Stěžují si, že jsou neustále stíháni ranami nespravedlivého osudu. Jsou to lidé, kteří byli vždy chváleni. Jsou to žáci, kterým nikdo neřekl, že nic neumí, protože se neučí. Slyšeli vždy jen *dobrý, výborný, skvělý, perfektní, Waw!* a někdy *máš smůlu*. Tato smůla, která není náhodná smůla, ale nutný důsledek drzé lenosti, bohorovnosti a nedotknutelnosti, se po vyjití školy změnil v rány osudu. V běžném životě se na ně na rozdíl od škol nefouká a nerozdávají se utěšující dobrůtky.

Podobně jako Listina lidských práv a svobod vznikla z dobrého a jasného důvodu, totiž vyloučit opakování hrůz koncentračních táborů, vznikl také pojem pozitivní myšlení z dobrých důvodů. *Positive thinking* se zrodilo z tvrdých zkušeností generací, které vytvořily Spojené státy americké. Životu se nesmí uhýbat, člověk se nesmí vzdát a vždy musí životu čelit. Nemocný a starý člověk je hoden pomoci, ale ze všech svých sil má udělat, co ještě může. K tomu potřebuje ono pozitivní, odhodlané myšlení a v tom ho je třeba povzbudit. Kult *positive thinking* nás dovedl ke karikatuře původní myšlenky. Chválíme a přijímáme všechno, spokojíme se s čímkoli, protože je snadnější na žáky vlastně nemít žádné požadavky. Má-li je nějaký učitel, nastanou spory. Je obviněn, že děti šikanuje a podrývá jejich sebevědomí. Vyklidit pole je určitě snadnější.

Nezpochybňovaný internet plný chyb

Další problém vidím v tom, že se stále honosíme, jak děti učíme myslet, pečujeme o jejich kreativitu a díváme se svrchu na každého, kdo by chtěl nějaké vědomosti. Ty nejsou zapotřebí, protože si je žák dovede najít na internetu. Debaty a úvahy, kolik vědomostí mají žáci mít, probíhají už celá desetiletí, dokonce staletí. V různých vlnách a dobách se na ně klade odlišný důraz.

Dnes se ovšem, díky lenosti a ve snaze vyloučit cokoli pracovního a málo příjemného, došlo ad absurdum. Předně si myslím, že bez potřebného množství vědomostí člověk dost dobře nemůže přemýšlet, protože nemá o čem a novou informaci nemá kam zařadit a s čím srovnávat. Představa, že si úplný ignorant sedne v knihovně, tvořivě zapřemýšlí, vyhledá vše potřebné a napíše geniální studii, je lichá. Neví ani, co má dohledat. Když něco najde, neví a nepozná, zda to k jeho tématu patří, a už vůbec nepozná, zda našel cennou informaci

nebo úplnou pitomost. Výsledkem je, že se vychvalované eseje hemží nesmysly a chybami všeho druhu. Učitelé, nadšení, co všechno si žáci dovedou najít, když brouzdají po internetu, by měli dát pozor, aby jim žáci neutonuli v bezbřehém salátu, který na internetu je.

Jistě jde o problém, který se časem vyřeší a určitě se dá vyřešit. Zatím řešení není a v oborech, kterým rozumím, zjišťuji, že na internetu je tolik chyb, že je svým způsobem bezcenný. Je to však božstvo, před kterým musíme mlčet a pokleknout. Argument, že žák má něco z internetu, je vážnější než učitelovo správné tvrzení, že je to špatně. Jako bohemista například zjišťuji, že mladí lidé neumí skloňovat zájmeno *já*. Opravný program, kterým se zbavují chyb z neznalosti, je totiž zatím udělán jen na jednotlivá slova a nepracuje ani s nejbližším kontextem. Protože tvary *mne*, *mě* a *mně* všechny existují, program nesignalizuje chybu při jejich záměně. Viděl jsem text, internetově opravený, kde byly tvary *pannen*.

Dalším nebezpečím, které vzniká odstraněním jakéhokoli memorování (násobilka, básničky, vyjmenovaná slova, vzorečky atd.) je atrofie paměti a posléze zánik paměti vůbec. Představa, že naše školy budou opouštět dvacetiletí lidé s viditelnými rysy Alzheimerovy choroby a odkázání na přístroje, není hezká. Jejich myšlení bude totiž doslova na baterky.

Problém upadající rozumnosti a těžký pokles kvality myšlení je zastírán jednak dostatečným počtem mimořádných výkonů a hlavně triumfálním postupem vědy. V celku však zvláště evropská společnost degeneruje, což je ještě podepřeno nechutí inteligence k potřebné reprodukci. Každý demograf poctivě přizná, že Evropa stárne a blbne.

Eseje

Zmínil jsem se již o esejích. Nesdílím nadšení, které kolem nich panuje. Předně bych poznamenal, že nejde o eseje. Jde o kvaziodborné studie, delší úvahy, popř. o jakoukoli slohovou práci. Žákům jsou bez předchozího uvedení do problému zadána témata zcela překračující jejich možnosti. Svými známými jsem byl žádán, abych pro jejich děti na třetím, ale i druhém stupni vypracoval „eseje“ v rozsahu a se zadáním vysokoškolské seminární, ale i bakalářské a magisterské diplomky. Rodiče se této pitomosti nevzeprou, ale shánějí pomoc pro své dítě. K čemu to vede? Žák něco sám slátá, resp. opíše z internetu, nebo

mu práci napíše někdo, kdo to zvládne. Nejčastěji se eseje kupují od starších spolužáků a přeformátují na počítači. Žák, který chce poctivě přistoupit k úkolu, je deprimován a občas se zhroutlí. Učitel, který ve dvou nebo více třídách zadá práci, která má mít 15-20 stran (přílohy se nepočítají), není s to práce opravit. Většinou je ani nepřečte. Spokojí se s několika škrty sem tam po textu. Nikdy nikomu práci nevrátí. Ti, kteří se snažili, pochopí, že se snažit nemusí a nemají. Ti, kteří se nesnažili, jsou ujištěni, že jejich výkon stačí. Tomu říkám kazit mládež.

Nedávno jsem redigoval knihu mladého kolegy, který má magisterský titul. Když jsem mu rozebral první, kratičkou kapitolu, rozplakal se. Seděl proti mně sedmadvacetiletý habán, mladý pan magistr a plakal jako Marcelka, která v druhé obecné dostala první trojku. Přečetl jsem dost veleúspěšných prací. Ani jednu bych neklasifikoval lépe než jako sotva dostatečnou. Jak jsou jejich autoři vzděláni? Jak jsou připraveni na život, kde existují neúspěchy a bývá žádána nějaká kvalita práce?

Diskuse, debaty a tlachy

V našich základních školách se hojně debatuje, neustále a o všem. Vzpomínám si, že Bernard Shaw jednou řekl, že debata vždycky nabude na dynamice, když alespoň jeden zúčastněný o věci vůbec nic neví. Vzpomínám si také, jak mi s chloubou řekl jeden učitel výchovy k občanství na 2. stupni, že je to úžasné, na co děti neprijdou. „Představte si, že už sedmou hodinu debatujeme v sedmé třídě o tom, co je to duše. Já vždycky přivedu někoho, kdo k tomu má blízko a je debata, třeba různé faráře, nebo psychiatra.“ Doporučil jsem mu, aby na osmou hodinu pozval někoho z opravy pneumatik, že tam o duších taky hodně vědí, a udělal jsem si nepřítele na doživotí. Tento debatní klenot však nevyniká nijak příliš ze standardu středoškolských debat. Je to nezávazné plácání, při kterém se hodnotí rychlá reakce, bulvární povrchní záblesky a uvedení bizárních zajímavostí. Tak lze vychovat v lepším případě dobré povrchní spolčníky, v horším pivní filosofy.

Právo na vzdělávání vs. právo na vzdělání

Naše společnost by se měla jako celek zamyslet nad problémem rovnostářství v oblasti školství. Rozdíl mezi *právem na vzdělávání* a *právem*

na vzdělání mnoha lidem uniká. Na prvé mají opravdu všichni právo. Pro společnost i pro určité kategorie žáků je přínosné, když je jim věnováno zvláštní a dlouhé vzdělávání. To druhé nelze nikomu zaručit, protože není-li potřebně nadaný a/nebo nemá-li dostatečný zájem, nikdo mu vzdělanost nevdechne.

Rovnostářstvím je nesena i nechuť ke klasifikaci a snaha vystačit se slovním hodnocením. Jenomže slabší, nebo pohodlní jedinci se musí včas dozvědět, že jejich výkon ve srovnání s jinými je slabý. Že to nic neubírá na jejich důstojnosti člověka a člena společenství, je druhá věc. Když jsem se setkal s tím, že v recitační soutěži získal druhé místo koktavý žák, uvědomil jsem si celou hrůzu nevěcné empatie. Co to udělalo se třetím v pořadí? A co to udělalo se čtvrtým, který nepostoupil do vyššího kola?

Terciární sektor

Za dezolátní považuji stav našeho vysokoškolského sektoru. Chápu, že vývoj dospěl k tomu, že lidé, aby se plnohodnotně zapojili do aktivního života, potřebují většinou ještě po maturitě další specializované vzdělávání. Je to ovšem nová vrstva v pyramidě vzdělání, která přibyla mezi střední školu a univerzity. To, že věc není jasně artikulována, působí mnoho zla. Projevuje se to v hodnocení států, protože nejasné pojetí vede k tomu, že jsou mezi univerzity počítány velmi odlišné školy. Statistiky dlouho uváděly, že USA nebo SRN mají daleko vyšší procento populace na vysokých školách než my. Jenže do jejich počtů jsou v USA zahrnuty všechny collidges, což odpovídá naší septimě, oktávě a ještě roku navíc. Ve SRN se do počtu zahrnují také studenti všech pomaturitních škol, např. školy kosmetiky domácích zvířat.

Horší ovšem je, že porevoluční nechuť k nástavbovému školství, pomalý růst počtu vyšších odborných škol a všeobecná touha po akademických titulech způsobily takovou extenzi univerzit, že to vyvolalo propad jejich úrovně. Všichni politici jsou nadšení, kolik máme vysokoškolských studentů a absolventů. Mnozí volají po tom, aby jich bylo ještě víc. Babičky a dědové se radují na promocích. Vzdělanost však trpí a upadá.

Univerzity, které se honosí tím, že vychovávají elitu, ji vychovávají okrajově, pokud vůbec, a vždy až v postgraduálním studiu. Elity totiž nemůže být 28 nebo 35 % populace. Elita jsou 2 až 3 % z populace

a prvořadých je tak 6 %. Univerzity, které přijímají víc než 12-14 % populace, se nutně stávají školami pro vyšší průměr a ten stále klesá.

Spolu s tím vzniká inflace univerzitních učitelů udivených, že jejich společenská prestiž už není jako kdysi. Je to nutný důsledek ex-tenze. Na konci první republiky bylo procentuálně zhruba tolik lidí s maturitou, kolik jich dneska máme s magisterským titulem. Kdyby se spočetli dnešní univerzitní profesori a prvorepublikoví gymnaziální profesori, kteří měli doktorát, byly by to vyrovnané počty. Na před-ředných univerzitách se poflakují mladí lidé, kteří neměli odmaturovat, a žijí v líbezné symbióze s línými a nezodpovědnými učiteli, kteří ve svém druhém zaměstnání vydělávají peníze. Občas se sejdou, poho-voří a vzájemně si vyhoví. Toto stále nákladnější monstrum společnost platí a musí se pak starat o neuplatnitelné lidi s akademickým titulem. Zavedení školního, popř. numerus clausus jsou politicky neprůchodné.

Přes veškeré ujišťování zůstávám skeptický k názoru, že sciento-metrické metody vedou k rozvoji vědy. Pozoruji téměř pravý opak, alespoň v oborech, kterým rozumím. Potřeba množství publikací v ka-riérním postupu vede k tomu, že vyjde všechno. Počítá se počet, kritika se rozpadá - každý má právo na svůj názor. Ostatně - úplná fantasma-gorie, proti které se ozve vlna kritiky a která jako exemplární bude připomínána, přinese autorovi nárůst citačního indexu. Navíc se do-stáváme do situace, že VŠ učitel buďto učí, nebo se publikačně drží. Obojí nejde stihnout. Nakonec se nestíhá ani jedno.

Pedagogické fakulty

Otazník, který se mění ve vykřičník, visí rovněž nad pedagogickými fakultami. Myslím, že by jim prospělo, kdyby si uvědomily, co je je-jich posláním, věnovaly se mu a přestaly si hrát na něco, čím nejsou. Výroky, že jsou vlastně univerzitami v univerzitách, že ve všech tam přednášených oborech mají touž úroveň jako specializované fakulty, jsou deklasující nesmysl.

Strašné na tom je, že přitom svým nejvlastnějším a tak důležitým úkolem, jakým je příprava učitelů pro základní školství a především pro první stupeň, pedagogické fakulty téměř pohrdají a dostatečně se jím nezabývají. Učitelé přicházející dnes do škol jsou nesrovnatelně hůř připraveni, než byli absolventi starých učitelských ústavů, což byly školy střední.

Kamkoli vstoupím do školy, vždy slyším nářek, jak nepřipraveni do škol přicházejí absolventi pedagogických fakult. A to z obou stran, ze strany mladých, začínajících učitelů i ze strany jejich starších kolegů. Proč se nezeptáte, co od vás očekávají? Protože jste propadli velikášství a vytváříte sen o své důležitosti. Když se nadaný absolvent ped. fakulty uplatní jako historik, matematik, bohemista ve výzkumu ve svém oboru, je to jistě důvod k radosti. Ale podle toho nebudete souzeni. Hodnocení, uznání nebo zatracování budete podle toho, jak budou vypadat stovky a tisíce učitelů, a to zvláště učitelů těch nejmenších dětí. Zdá-li se vám, že příprava těchto lidí vám nepřináší dost důstojnosti, takže ji musíte získat jinde, odpovídám: Je to proto, že svůj základní úkol nezvládáte a přitom na soutěž se specializovanými fakultami nemáte dost času, protože vás zdržují ti, kterými pohrdáte, nepříliš, resp. jinak nadaní studenti, kteří však mají kantorskou jiskru a mají rádi děti. Pravidelně uděláte všechno, abyste tyto vlastnosti zničili.

Pedagogická věda

Tím se dostáváme k dalšímu bolavému místu. Je jím pedagogická věda. Je třeba trochu poodstoupit, přestat hájit sám sebe a věcně posoudit, co se stalo. Pedagogická věda, jak je dnes provozována, je celosvětově v těžké krizi, neboť se rozbíhá ve třech proudech.

Jedním je mrtvý proud, v němž se změnila v terminografii. V tomto proudu zahynuly už stovky kantorsky nadaných studentů. Druhým jsou technologické podniky, které produkují předvařené učební hodiny. Plíce nám nestačí, jak voláme po kreativitě učitelů, ale dodáváme jim instantní zmetky a degradujeme je na promítače kazet. Třetím, živým, ramenem je pedagogická psychologie, která ovšem svým předmětem patří spíš k jiné disciplíně. Co tedy zbývá? Inu právě to, co je podstatné a naštěstí na některých katedrách dobře pěstované: promyšlená didaktika předmětů pevně opřená o školní praxi. Zvláště to druhé je rozhodující.

Dovolte mi, abych demonstroval, kam to u nás dotáhla pedagogická věda. Nedávno vznikl pedagogický výtvor, který dostal platnost zákona. V Rámcových vzdělávacích programech se dočteme podobné věci jako např. *Vzdělávací cíl je účel, záměr vzdělávání (výuky), směřování k určitému vzdělávacímu výstupu, případně přímo výsledek vzdělávání*

formulovaný v podobě dosahovaných kompetencí. Tam vede terminografický proud. Mezi cílové kompetence v závěru 2. stupně patří, že žák umí aktivně využívat osvojené poznatky při volbě partnera. Z této věty vyplývá, že naše patnáctileté děti žijí už dokonce v několikátém manželství. Napadlo mne ovšem, že se to dá zkoumat na volence v tanečních, nebo studováním promiskuity. Tam vede odtrženost od školní praxe, ale i od života vůbec.

Autoři se dobrali úsudku, že využití individuálních potencialit žáka znamená ve svých důsledcích snížení počtu selhávajících a zaostávajících a k tomu, že s tím souvisí úkol zbavit žáky obavy ze školního neúspěchu poskytnutím delšího času ke zvládnutí učiva, přiznáním práva žáka na omyl a další. Zajisté, při takto pojatém vzdělávání nebudou žádní selhávající ani zaostávající. Budou pouze dva druhy úspěšných: jedni, kteří budou využívat práva na omyl a delší čas k osvojení učiva, a druzí, kteří těchto práv nemusí využít. Tam vede bezhlavá aplikace tendenčních hesel.

Nejsou to výjimky, tak vypadá celý ten dokument. Kdyby se společnost na chvíli vytrhla ze svého nezájmu a třeštění a jednala věcně, musilo by dojít ke trojímu: Odvolání ministra, okamžitému zrušení ústavu, který materiál připravil, a k právnímu postihu za poškození vzniklé promrháním nepředstavitelných obnosů, které to stálo.

Podtrženo a sečteno:

Vím, že mnoho věcí je z principu špatně a je obtížné se tomu postavit. V době pravidla Peníze jdou za žákem, v době bulvarizace tisku, všeobecné povrchnosti a reklam, je těžké vytvářet kvalitní, klidnou školu. O dobrých školách se nebude psát v tisku, nebudou mít úžasné atraktivní nabídku, budou mít potíže, protože poctivou prací a péčí o žáky budou rodičům dělat starosti. Vím, že je to nerovný zápas. Ale pozor. Je to zápas o vlastní lidskou hodnotu, o čest a také o děti, které jsou bezbrannou kořistí všeobšáhle lži, ve které vesele žijeme.

Děkuji vám za pozornost a přeji vám vytrvalost a sílu. Sílu k přijetí pravdy, vytrvalost při její obhajobě.

POZNÁMKA: Prof. Petr Piřha vydal k uvedenému tématu rovněž několik publikací, z nichž nejvýznamnějšími jsou:

Výchova, naděje společnosti. Praha, nakladatelství Poustevník 2006.

Učitelé, společnost a výchova. Praha, Karolinum 1999.

Obě knihy lze objednat na adrese Nakladatelství Poustevník, Rooseveltova 49, 160 00 Praha 6 nebo e-mailem na: k.poustevnik@seznam.cz

POLKINGHORNE J.: KVANTOVÁ TEORIE
PRŮVODCE PRO KAŽDÉHO
DOKOŘÁN, PRAHA 2007
PŘELOŽIL PAVEL CEJNAR¹

ALEŠ TROJÁNEK



Mnoho pěkných populárně vědeckých knih vydalo nakladatelství Dokořán v již známých řadách Aliter a ZIP. V roce 2006 k nim přibyla nová řada knih *Průvodce pro každého*, která vychází z úspěšné edice *Very Short Introduction*, kterou už deset let vydává nakladatelství Oxford University Press a jež publikuje úvody do řady oborů, jejichž autory jsou odborníci na danou oblast. 6. svazek je věnován kvantové teorii.

J. Polkinghorne působil jako profesor matematické fyziky na Univer-

¹Převzato z Československého časopisu pro fyziku **57** (2007), 343.

zitě v Cambridge a později jako anglikánský kněz. Věnuje se popularizaci kvantové fyziky (viz např. dříve vydaná kniha [1]) a otázkám vědy a víry (např. [2]). Recenzovaná knížka projednává stručně a zasvěceně o kvantové teorii – „*jedné z nejzásadnějších změn v myšlení o povaze fyzikálního světa od doby Isaaca Newtona*“.

V předmluvě autor sděluje, že „svou“ kvantovou teorii měl vzácnou možnost učit se od Paula Diraca, a poukazuje na teoretický i praktický význam kvantové teorie. Z předmluvy, ale i z celého dalšího textu, je patrné, že studium i výklad kvantových zákonitostí mu činilo a činí radost: ... „*znalost kvantových idejí by neměla zůstat jen potěšením teoretických fyziků*“. Proto vznikla tato útlá knížka. Hlavní text neobsahuje žádné matematické rovnice. Matematické základy teorie jsou pak načrtnuty v krátkém dodatku. Kromě hlavního textu a matematického dodatku tvoří obsah i kapitoly Doporučená četba, Slovníček a Rejstřík.

V hlavním textu je popsán historický vývoj kvantové fyziky od prvních představ, úvah a experimentů až po zázračné roky (anni mirabiles) 1925 a 1926, kdy vznikaly základy. Je zmíněna maticová mechanika W. Heisenberga a vlnová mechanika E. Schrödingera. Autor zdůrazňuje roli M. Borna a zvláště P. Diraca při formulaci obecných principů kvantové mechaniky. Nechybí pěkný rozbor fundamentálního dvouštěrbínového experimentu, principu superpozice a pravděpodobnostního charakteru kvantové teorie. V obtížnější kapitole pro začátečníky „Pozorovatelné veličiny“ je nastíněn matematický formalismus kvantové teorie. Inspirující je kapitola o principu neurčitosti. Z dalších témat uvedme komplementaritu, kvantovou logiku, dekoherenci, problém měření a jeho různé interpretace.

Pomocí relací neurčitosti je hezky vysvětlen tunelový jev. Následují kapitoly o statistikách, o pásové struktuře, o experimentech se zpožděnou volbou, o Feynmanově formulaci kvantové teorie ... Nechybí zmínka o kvantovém počítání a stručně a přístupně je vyložen EPR paradox. Z filosoficky zaměřené poslední kapitoly je třeba zdůraznit varování před postmoderními vykladači kvantové teorie, kteří z její zvláštnosti vyvozují, že „všechno je možné“.

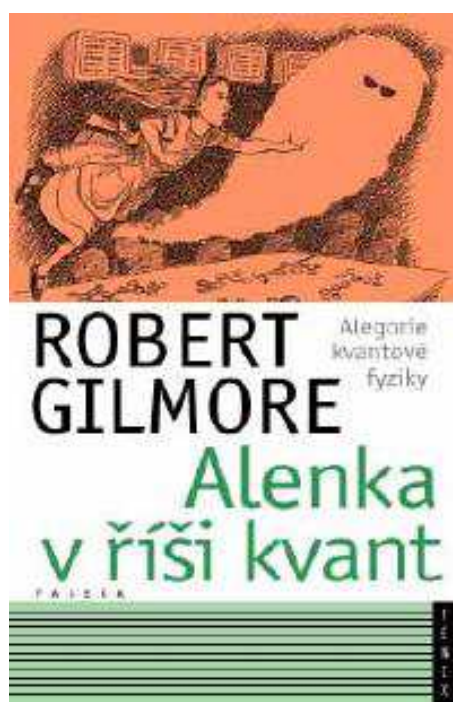
Pro recenzovanou knížku, podobně jako pro publikaci [1], jsou charakteristické odborný nadhled autora, stručnost a jasnost jeho vyjadřování, jakož i řada nových elementarizovaných postupů výkladu. Knihu je možno doporučit (mimo jiné) učitelům, kteří se zabývají výukou kvantové fyziky na jakékoliv úrovni.

Literatura

- [1] Polkinghorne J.: *Kvantový svět*, Aurora, Praha 2000.
- [2] Polkinghorne J.: *Věda a teologie. Úvod do problematiky*. Centrum pro studium demokracie a kultury, Brno 2002.

GILMORE R.: ALENKA V ŘÍŠI KVANT
ALEGORIE KVANTOVÉ FYZIKY
PASEKA, EDICE FÉNIX, PRAHA A LITOMYŠL 2007
PŘELOŽIL JIŘÍ LANGER¹

ALEŠ TROJÁNEK



„Chování kvantověmechanických objektů je z hlediska našeho obvyklého způsobu uvažování často velmi podivné a jeho přenesení formou analogie do situací, s nimiž se běžně setkáváme, může objasnit, o co vlastně jde “ Takto autor v předmluvě vysvětluje, proč zvolil pro výklad kvantových zákonitostí formu rozšířené analogie – alegorie. V ní se hlavní postava – dívka Alenka prostřednictvím televizní obrazovky ocitá v kvantové říši, kterou prochází někdy jako pozorovatel, jindy

¹Převzato z Československého časopisu pro fyziku **57** (2007), 344.

se aktivně zapojuje do dění a chová se jako nějaký druh mikročástic². V kvantové říši se setkává s malými mužíky – elektrony, které jsou všechny identické a řídí se Pauliho vylučovacím principem, navštěvuje Heisenbergovu banku, kde na základě Heisenbergovy relace mezi energií a časem Bankérka vyřizuje rozdělování energiových půjček virtuálním částicím, seznamuje se s klidovou hmotností a se vztahem mezi energií a hmotností,...

Alenka navštěvuje Ústav mechaniky, střídavě ji provázejí Klasický mechanik a Kvantový mechanik, prochází mnoha cestami najednou a seznamuje se principem superpozice, s dvojštěrbínovým experimentem, s pojmy komplementarita, amplituda a rozdělení pravděpodobnosti. Alenka potkává Schrödingerovu rozmazanou kočku, nechá se poučit o problematice měření v kvantovém světě prostřednictvím pohádkových bytostí, navštěvuje Fermiho – Boseho akademii, kde se seznamuje s chováním elektronů a fotonů. Abychom přiblížili styl knížky, uveďme krátkou ukázkou z pobytu Alenky ve zmíněné akademii:

„Podívej se tady z okna,“ vybídl ji náhle Kvantový mechanik, „a uvidíš rozdíl mezi fermiony a bosony zcela názorně“.

Alenka vykoukla oknem a viděla na dvoře akademie skupinu elektronů a fotonů při pořadovém cvičení. Fotony pochodovaly vzorně, otáčely se přesně podle povelů a držely krok. Zato z elektronů byl velící poddůstojník očividně nešťastný. Některé elektrony pochodovaly sice jedním směrem, ale každý jinak rychle. Jiné se pohybovaly zprava doleva a další zase zleva doprava, ale ještě další nazpátek. Některé jenom poskakovaly na místě, jiné dělaly stojky a jeden elektron dokonce prostě ležel na zádech a koukal do nebe.

„Ten je v základním stavu,“ vysvětlil Kvantový mechanik ...

V dalších kapitolách se Alenka seznamuje se stavy kvantových systémů, s energiovými hladinami elektronů v atomech, s absorpcí, s emisí a stimulovanou emisí, s virtuálními částicemi a s kvantovými fluktuacemi, navštíví Periodické molo a přiblíží se do blízkosti jádra atomu – do vyvýšeniny Rutherfordštejn. V posledních kapitolách se seznamuje

²Uvedená metoda výkladu je poměrně oblíbená. Vzpomeňme jen např. Gamowovu knížku *Pan Tompkins (stále) v říši divů*, Gaardnerův román o dějinách filosofie *Sofiin svět* či *„Výlety“ pana Broučka do XV. století a do Měsíce* od Svatopluka Čecha.

s antičásticemi, s kvarky, s lunaparkem experimentální fyziky a pan Paradoxus ji vysvětluje EPR paradox.

Je potěšitelné, že u nás v poslední době vychází poměrně hodně (zvláště přeložených) knížek, které popularizují kvantovou fyziku. Recenzovaná publikace tento soubor doplňuje svým osobitým způsobem výkladu. Ocenit je třeba i práci překladatele, který zřejmě v mnoha částech původní text nepřekládal, ale kvůli originální terminologii přepisoval do češtiny.

DOPORUČENÁ LITERATURA

ALEŠ TROJÁNEK

Pro zájemce uvádíme přehled populárně vědeckých publikací z našich oborů, které vyšly česky nebo slovensky od roku 1994. Předložený seznam, který vznikl úpravou a doplněním seznamu ze sborníku [Sb], jistě není úplný, ale hlavní tituly z dané oblasti obsahuje. (Je do jisté míry překvapující, jak obsáhlý tento přehled je.) Z početné řady svazků edice Dějiny matematiky, které vydávají editoři J. Bečvář a E. Fuchs, je uveden jenom ten poslední [DM]. V něm je však možno nalézt informace o všech dosud vydaných svazcích. Opakovaně upozorňujeme na jedinečnou učebnici fyziky [HRW], která svým pojetím a zpracováním jistě může být zařazena do populárních publikací.

- [Sb] Trojánek A., Novotný J., Hrubý D. (editoři): *Matematika, fyzika – minulost, současnost. Sborník z XII. semináře o filozofických otázkách matematiky a fyziky. Velké Meziříčí, 2004.* VUT v Brně – nakladatelství VUTIUM, Velké Meziříčí 2006.
- [DM] Bečvářová M.: *Česká matematická komunita v letech 1848 - 1918.* Ústav aplikované matematiky FD ČVUT, Matfyzpress, Praha 2008.
- [HRW] Halliday D., Resnick J., Walker J.: *Fyzika. (Vysokoškolská učebnice obecné fyziky.)* VUT v Brně – nakladatelství VUTIUM a Prometheus, Brno 2001. Dotisk 2003.

- [1] Acheson D.: *1089 a další parádní čísla. Matematická dobrodružství.* Dokořán, Praha 2006.
- [2] Al-Khalili J.: *Černé díry, červí díry a stroje času.* Aurora, Praha 2003.
- [3] Atalay B.: *Matematika a Mona Lisa. Umění a věda u Leonarda da Vinciho.* Slovart, Praha 2007.
- [4] Atkins P.: *Periodické království. Cesta do země chemických prvků.* Academia, edice Mistři věd, Praha 2005.

- [5] Balibarová F.: *Einstein – radost z myšlení*. Nakladatelství Slovart, Bratislava 1995.
- [6] Barrow J. D.: *Teorie všeho*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1996.
- [7] Barrow J. D.: *Původ vesmíru*. Archa, edice Mistři věd, Bratislava 1996.
- [8] Barrow J. D.: *Vesmír plný umění*. Jota, Brno 2000.
- [9] Barrow J. D.: *Pí na nebesích. O počítání, myšlení a bytí*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2000.
- [10] Barrow J. D.: *Konstanty přírody. Čísla skrývající nejhlubší tajemství vesmíru*. Paseka, edice Fénix, Praha 2005.
- [11] Barrow J. D.: *Teorie ničeho*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2005.
- [12] Barrow J. D.: *Kniha o nekonečnu*. Paseka, edice Fénix, Praha a Litomyšl 2007.
- [13] Bartoš J. P.: *Konstanty přírody. Čísla skrývající nejhlubší tajemství přírody*. Paseka, edice Fénix, Praha a Litomyšl 2005.
- [14] Beckmann P.: *Historie čísla π* . Academia, Praha 1998.
- [15] Bečvář J.: *René Descartes*. Prometheus, Praha 1998.
- [16] Bečvář J., Štoll I.: *Archimedes – největší vědec starověku*. Prometheus, Praha 2005.
- [17] Beutelspacher A.: *Matematika do vesty*. Baronet, Praha 2005.
- [18] Bodanis D.: *$E = mc^2$. Životopis nejslavnější rovnice na světě*. Dokořán, Praha 2002.
- [19] Brdička M.: *Profesor Trkal. (Pouť moderní fyzikou.)* Academia, Praha 2007.
- [20] Brockman J. (Editor): *Můj Einstein. Eseje od čtyřadvaceti předních světových myslitelů na téma osobnost, práce a odkaz geniálního člověka*. Pragma, Praha 2007.
- [21] Brockman J. (redakce): *Příštích padesát let. Věda v první polovině 21. století*. Dokořán, Argo, Praha 2004.
- [22] Brockman J., Matsonová K. (editoři): *Jak se věci mají. (Přůvodce myšlenkami moderní vědy.)* Archa, edice Mistři věd, Bratislava 1996.
- [23] Bührke T.: *Převratné objevy fyziky. Od Galileiho k Lise Meitnerové*. Academia, Praha 1999.

- [24] Cipra B.: *Chibičky. A jak je najít dříve než učitel.* Dokořán, Praha 2002.
- [25] Close F.: *Částicová fyzika. Průvodce pro každého.* Dokořán, Praha 2008.
- [26] Coveney P., Highfield R.: *Šíp času. (Cesta vědou za rozluštěním největší záhady lidstva.)* Oldag, Ostrava 1995.
- [27] Davies P.: *Poslední tři minuty. (Úvahy o konečném osudu vesmíru.)* Archa, edice Mistři věd, Bratislava 1994.
- [28] Davies P.: *Jsme sami? O důsledcích případného objevu mimozemského života.* Archa, edice Mistři věd, Bratislava 1996.
- [29] Davis P.: *O čase. Einsteinova nedokončená revoluce.* Motýl, Bratislava 1999.
- [30] Derbyshire J.: *Posedlost prvočísky.* Academia, Praha 2007.
- [31] Devlin K.: *Jazyk matematiky. (Jak zviditelnit neviditelné.)* Dokořán, Argo, Praha 2002.
- [32] Devlin K.: *Problémy pro třetí tisíciletí. Sedm největších nevyřešených otázek matematiky.* Dokořán, Argo, Praha 2005.
- [33] Dvořák R.: *Ernst Mach. Fyzik a filozof.* Prometheus, Praha 2005.
- [34] Eckertová L.: *Cesty poznání ve fyzice.* Prometheus, Praha 2004.
- [35] Einstein A., Infeld L.: *Fyzika jako dobrodružství poznání.* Aurora, Praha 2000.
- [36] Einstein A.: *Teorie relativity.* VUT v Brně, nakladatelství VUTIUM, Brno 2005.
- [37] Fara P.: *Newton. Formování génia.* BB/art s. r. o., Praha 2004.
- [38] Fergusonová K.: *Stephen Hawking – hledání teorie všeho.* Aurora, Praha 1996.
- [39] Feynman R. P.: *O povaze fyzikálních zákonů. Sedmkrát o rytmech přírodních jevů.* Aurora, Praha 1998.
- [40] Feynman R. P.: *To snad nemyslíte vážně!* Aurora, Praha 1999.
- [41] Feynman R. P.: *Snad ti nedělají starosti cizí názory?* Aurora, Praha 2000.
- [42] Feynman R. P.: *O smyslu bytí.* Aurora, Praha 2000.
- [43] Feynman R. P.: *Neobyčejná teorie světla a látky.* Aurora, Praha 2001.

- [44] Feynman R. P.: *Radost z poznání*. Aurora, Praha 2003.
- [45] Feynman R. P.: *Šest snadných kapitol*. Aurora, Praha 2007.
- [46] Filkin D.: *Vesmír Stephena Hawkinga. Výklad kosmu*. (Předmluvu napsal S. Hawking.) Motýl, Bratislava 1998.
- [47] Fölsing A.: *Albert Einstein*. Volvox Globator, Praha 2001.
- [48] Fraser G., Lillestøl E., Sellevåg I.: *Hledání nekonečna, řešení záhad vesmíru*. (Úvod napsal S. Hawking.) Columbus, Praha 1996.
- [49] Galison P.: *Einsteinovy hodiny a Poincarého mapy*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2005.
- [50] Gamow G.: *Moje světočára. Neformální autobiografie*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2000.
- [51] Gamow G., Stannard R.: *Pan Tompkins stále v říši divů*. Aurora, Praha 2001.
- [52] Gilmore R.: *Alenka v říši kvant. Alegorie kvantové fyziky*. Paseka, edice Fénix, Praha a Litomyšl 2007.
- [53] Gleick J.: *Chaos. Vznik nové vědy*. Ando Publishing, Brno 1996.
- [54] Goldsteinová R.: *Neúplnost. Důkaz a paradox Kurta Gödela*. Dokořán, Praha 2006.
- [55] Gott III. J. R.: *Cestování časem v Einsteinově vesmíru. Fyzikální možnosti cestování časem*. Argo a Dokořán, Praha 2002.
- [56] Gowers T.: *Matematika. Průvodce pro každého*. Dokořán, Praha 2006.
- [57] Greene B.: *Elegantní vesmír. (Superstruny, skryté rozměry a hledání finální teorie.)* Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2001.
- [58] Greene B.: *Struktura vesmíru. Prostor, čas a povaha reality*. Paseka, Praha 2006.
- [59] Gribbin J.: *Pátrání po Schrödingerově kočce. Kvantová fyzika a skutečnost*. Columbus, Praha 1998.
- [60] Gribbin J.: *Schrödingerova koťata. Pátrání po skutečnosti*. Columbus, Praha 2001.
- [61] Gribbin J.: *Vesmír*. Euromedia Group k. s., Praha 2003.
- [62] Gribbin J.: *Pátrání po velkém třesku. Život a smrt vesmíru*. Columbus, Praha 2002.

- [63] Gribbin J.: *Pátrání po dvojité šroubovici. Kvantová fyzika a život*. Columbus, Praha 2006.
- [64] Grygar J.: *Vesmír, jaký je. (Současná kosmologie (téměř) pro každého)*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1997.
- [65] Grygar J.: *O vědě a víře*. Karmelitánské nakladatelství. Kostelní Vydří 2001.
- [66] Grygar J., Grün M., Ramešová S.: *Dialog o mimozemšťanech*. Paseka, Praha 2006.
- [67] Hardy G. H.: *Obrana matematikova*. Prostor, Praha 1999.
- [68] Hawking S.: *Černé díry a budoucnost vesmíru*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1995.
- [69] Hawking S.: *Stručná historie času v obrazech*. Aktualizované a rozšířené vydání. Argo, Praha 2002.
- [70] Hawking S.: *Vesmír v kostce*. Argo, Praha 2002.
- [71] Hawking S.: *Ilustrovaná teorie všeho. Počátek a osud vesmíru*. Argo, Praha 2004.
- [72] Hawking S., Mlodinow L.: *Stručnější historie času*. Argo, Praha 2006.
- [73] Hawking S. W.: *Stručná historie času. Od velkého třesku k černým dírami*. Argo, Dokořán, edice Aliter, Praha 2007.
- [74] Heisenberg W.: *Část a celek. Rozhovory o atomové fyzice*. Votobia, Olomouc 1997.
- [75] Heisenberg W.: *Fyzika a filosofie. Druhé, přehlednuté vydání*. Aurora, Praha 2000.
- [76] Heřt J., Pekárek L. (editoři): *Věda kontra iracionalita. Sborník přednášek českého klubu skeptiků – Sisyfos a AV ČR*. Academia, Praha 1998.
- [77] Heřt J., Pekárek L. (editoři): *Věda kontra iracionalita 2. Sborník přednášek Českého klubu skeptiků – Sisyfos a AV ČR*. Český klub skeptiků a AV ČR, Praha 2002.
- [78] Heřt J., Zlatník Č. (editoři): *Věda kontra iracionalita 3. Sborník přednášek Českého klubu skeptiků – Sisyfos a AV ČR*. Český klub skeptiků SISYFOS a Nakladatelství Věra Nosková, Praha 2005.
- [79] Heřt J., Zlatník Č. (editoři): *Věda kontra iracionalita 4. Sborník přednášek Českého klubu skeptiků – Sisyfos a AV ČR*. Český klub skeptiků SISYFOS a Nakladatelství Věra Nosková, Praha 2008.

- [80] Hey T., Walter P.: *Nový kvantový vesmír*. Argo, Dokořán, Praha 2005.
- [81] Highfield R.: *Kouzelná věda a Harry Potter*. Dokořán, Praha 2003.
- [82] Holton G.: *Věda a antivěda*. Academia, Praha 1999.
- [83] Horský J.: *Albert Einstein*. Prometheus, Praha 1998.
- [84] Chown M.: *Vesmír hned vedle. Dvanáct šokujících myšlenek z přední výspy vědy*. Granit, Praha 2003.
- [85] Jáchim F.: *Tycho Brahe*. Prometheus, Praha 1998.
- [86] Jex J.: *Max Planck*. Prometheus, Praha 2000.
- [87] Johnson G.: *Zkratka napříč časem. Cesta ke kvantovému počítači*. Dokořán, Argo, Praha 2004.
- [88] Kaku M.: *Einsteinův vesmír. Jak vize Alberta Einsteina změnilly naše chápání prostoru a času*. Argo, Dokořán, Praha 2005.
- [89] Kaku M.: *Paralelní světy*. Argo, Dokořán, edice Zip, Praha 2007.
- [90] Kippenhahn R.: *Odhalená tajemství Slunce*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1999.
- [91] Kippenhahn R.: *Kosmologie do vesty*. Baronet, Praha 2005.
- [92] Kirshner R. P.: *Výstřední vesmír. Explodující hvězdy, temná energie a zrychlování kosmu*. Paseka, edice Fénix, Praha 2005.
- [93] Kirshner R. P.: *Výstřední vesmír. Explodující hvězdy, temná energie a zrychlování kosmu*. Paseka, edice Fénix, Praha a Litomyšl 2005.
- [94] Kleczek J.: *Vesmír a člověk*. Academia, Praha 1998.
- [95] Kleczek J.: *Velká encyklopedie vesmíru*. Academia, Praha 2002.
- [96] Kolektiv: *Myšlenky na zlomu tisíciletí. Thoughts for the New Millenium*. VUT v Brně – nakladatelství VUTIUM, Brno 2002.
- [97] Kolomý R.: *Prokop Diviš – vynálezce bleskosvodu*. Prometheus, Praha 2004.
- [98] Krämer W.: *Statistika do vesty*. Baronet, Praha 2005.
- [99] Kraus I.: *Wilhelm Conrad Röntgen*. Prometheus, Praha 1997.
- [100] Kraus I.: *Dějiny evropských objevů a vynálezů. Od Homéra k Einsteinovi*. Academia, Praha 2001.

- [101] Kraus I.: *Dějiny technických věd a vynálezů v českých zemích*. Academia, Praha 2004.
- [102] Kraus I.: *Příběhy učených žen. (Životní osudy žen, které významně ovlivnily vývoj exaktních věd, především fyziky, matematiky a chemie.)* Prometheus, Praha 2005.
- [103] Kraus I.: *Fyzika v kulturních dějinách Evropy. Starověk a středověk*. Nakladatelství ČVUT, Praha 2006.
- [104] Kraus I.: *Fyzika od Thaléta k Newtonovi*. Academia, Praha 2007.
- [105] Krauss L. M.: *Proměny vesmíru. Od velkého třesku po život na Zemi... a ještě dál*. Paseka, edice Fénix, Praha a Litomyšl 2006.
- [106] Krempaský J.: *Veda versus viera?* Veda, vydavateľstvo Slovenskej akadémie vied, Bratislava 2006.
- [107] Kulhánek P. a kolektiv: *Astronomie a fyzika na přelomu tisíciletí*. Dialog, Litvínov 2004.
- [108] Kulhánek P., Rozehnal J.: *Hvězdy, planety a magnety*. MF, edice Kolumbus, Praha 2007.
- [109] Leavitt D.: *Muž, který věděl příliš mnoho. Alan Turing a první počítač*. Argo, Dokořán, edice Aliter, Praha 2007.
- [110] Lesch H., Miller J.: *Velký třesk. Druhé dějství. Po stopách života ve vesmíru*. Knižní klub v Praze, 2005.
- [111] Levinová J.: *Jak vesmír přišel ke svým skvrnám. Deník o konečném čase a prostoru*. Dokořán, Argo, Praha 2003.
- [112] Livio M.: *Neřešitelná rovnice*. Argo, Dokořán, edice Zip, Praha 2008.
- [113] Livio M.: *Zlatý řez*. Argo, Dokořán, edice Zip, Praha 2006.
- [114] Mackintosh R., Al-Khalili J., Jonson B., Pena T.: *Jádro. Cesta do srdce hmoty*. Academia, Praha 2003.
- [115] Malina J., Novotný J. (editoři): *Kurt Gödel*. Nadace Universitas Masarykiana v Brně, Nakladatelství Georgetown v Brně, Nakladatelství a vydavatelství NAUMA v Brně, 1996.
- [116] Malíšek V.: *Isaac Newton*. Prometheus, Praha 1999.
- [117] Mandelbrot B.: *Fraktály. Tvar, náhoda a dimenze*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2003.
- [118] May B., Moore P., Lintott Ch.: *Bang! Velký třesk a historie vesmíru*. Slovart, Praha 2007.

- [119] Mayer D.: *Pohledy do minulosti elektrotechniky*. Kopp, České Budějovice 1999.
- [120] Mayor M., Frei P.Y.: *Nové světy ve vesmíru. Objevování exoplanet*. Paseka, edice Fénix, Praha a Litomyšl 2007.
- [121] McCracken G., Stott P.: *Fúze – energie vesmíru*. Mladá fronta – edice Columbus, Praha 2006.
- [122] McEvoy J. P., Zarate O.: *Stephen Hawking*. Portál, Praha 2002.
- [123] Mlodinow L.: *Euklidovo okno. Příběh geometrie od rovnoběžek k hyperprostoru*. Slovart, Praha 2007.
- [124] Mlodinow L.: *Feynmanova duha*. Argo, Dokořán, edice Aliter, Praha 2007.
- [125] Mornstein V.: *Utopení Archimédés. Malý alternativní výkladový slovník*. Nadace Universitas Masarykiana v Brně, Nakladatelství Georgetown v Brně, Nakladatelství a vydavatelství NAUMA v Brně, Masarykova univerzita, 1999.
- [126] Nagel E., Newman J. R., Hofstadter D. R. (redakce a předmluva): *Gödelův důkaz*. VUT v Brně, nakladatelství VUTUM, Brno 2003.
- [127] Neffe J.: *Einstein. Životopis*. Argo, Praha 2006.
- [128] Pascal B.: *Myšlenky*. Mladá fronta, edice Klasická knihovna, Praha 2000.
- [129] Penrose R. (Shimony A., Cartwrightová N., Hawking S., sestavil M. Longair): *Makrosvět, mikrosvět a lidská mysl*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1999.
- [130] Polkinghorne J.: *Kvantový svět*. Aurora, Praha 2000.
- [131] Polkinghorne J.: *Věda a teologie. Úvod do problematiky*. Centrum pro studium demokracie a kultury, Brno 2002.
- [132] Polkinghorne J.: *Kvantová teorie. Průvodce pro každého*. Dokořán, Praha 2007.
- [133] Prigogine I., Stengersová I.: *Řád z chaosu*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2001.
- [134] Raab M.: *Materiály a člověk. (Netradiční úvod do současné materiálové vědy)*. Encyklopedický dům, spol. s r. o., Praha 1999.
- [135] Rees M.: *Náš neobyčejný vesmír*. Dokořán, Praha 2002.
- [136] Rees M.: *Pouhých šest čísel. Skryté síly utvářejí vesmír*. Academia, edice Mistři věd, Praha 2004.

- [137] Rees M.: *Naše poslední hodina. Přežije lidstvo svůj úspěch?* Dokořán, Argo, Praha 2005.
- [138] Rektorys K.: *Co je a k čemu je vyšší matematika.* Academia, Praha 2001.
- [139] Sagan C.: *Kosmos.* Tok, Eminent, Praha 1996.
- [140] Sagan C.: *Komety – tajemní poslové hvězd.* Eminent, Praha 1998.
- [141] Seife Ch.: *Nula. Životopis jedné nebezpečné myšlenky.* Argo, Dokořán, Praha 2005.
- [142] Schrödinger E.: *Co je život? Duch a hmota. K mému životu.* Vysoké učení technické v Brně, nakladatelství VUTIUM, Brno 2004.
- [143] Schwartz J., McGuinness M.: *Einstein pro začátečníky.* Ando Publishing, Brno 1996.
- [144] Singh S.: *Velká Fermatova věta.* Academia, Praha 2000 (Dotisk 2002).
- [145] Singh S.: *Kniha kódů a šifer. Utajování od starého Egypta po kvantovou kryptografii.* Dokořán, Argo, Praha 2003.
- [146] Singh S.: *Velký třesk.* Argo, Dokořán, edice Zip, Praha 2007.
- [147] Smolka J.: *Galileo Galilei.* Prometheus, Praha 2000.
- [148] Sodomka L., Sodomková M.: *Nobelovy ceny za fyziku.* SET OUT, Praha 1997.
- [149] Stewart I.: *Čísla přírody. Neskutečná skutečnost matematické představitosti.* Archa, edice Mistři věd, Bratislava 1996.
- [150] Stewart I.: *Odsud až do nekonečna. Průvodce moderní matematikou.* Dokořán, Argo, Praha 2006.
- [151] Šolcová A.: *Johannes Kepler – zakladatel nebeské mechaniky.* Prometheus, Praha 2004.
- [152] Štefl V.: *Mikuláš Koperník – tvůrce heliocentrické soustavy.* Prometheus, Praha 2002.
- [153] Štefl V.: *Klaudios Ptolemaios. Tvůrce geocentrické soustavy.* Prometheus, Praha 2005.
- [154] Štoll I.: *Christian Doppler – Pegas pod jařmem.* Prometheus, Praha 2003.
- [155] Štoll I.: *Jan Marek Marci z Kronlandu.* Prometheus, Praha 1996.
- [156] Štoll I.: *Svět očima fyziky.* Prometheus, Praha 1996.

- [157] Thorne Kip S.: *Černé díry a zborcený čas*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2004.
- [158] Veltman M.: *Fakta a záhady ve fyzice elementárních částic*. Academia, Praha 2007.
- [159] Vopěnka P.: *Úhelný kámen evropské vzdělanosti a moci. Souborné vydání Rozprav s geometrií*. Práh, Praha 2000.
- [160] Watson J. D.: *Geny, ženy a Gamov*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 2004.
- [161] Webb S.: *Kde tedy jsou všichni?* Paseka, edice Fénix, Praha a Litomyšl 2007.
- [162] Weinberg S.: *Snění o finální teorii*. Hynek, Praha 1996.
- [163] Weinberg S.: *První tři minuty. Moderní pohled na počátek vesmíru*. Mladá fronta, edice Kolumbus, Praha 1998.
- [164] Weinberg S.: *Tváří v tvář*. Aurora, Praha 2004.
- [165] Weinlich R.: *Laureáti Nobelovy ceny za fyziku*. Alda, Olomouc 1998.
- [166] Zajac R., Pišút J., Šebesta J.: *Historické pramene súčasnej fyziky 2. Od objavu elektronu po prah kvantovej mechaniky*. Univerzita Komenského Bratislava, Bratislava 1997. (1. díl vyšel v nakladatelství Alfa v roce 1990, 3. díl se připravuje.)

Matematika, fyzika a školství

Sborník z XIII. semináře o filosofických otázkách matematiky a fyziky

Editori: A. Trojánek, J. Novotný

Vydala Komise pro vzdělávání učitelů matematiky a fyziky JČMF
v Nakladatelství Masarykovy univerzity v roce 2008.

Publikace neprošla redakční ani jazykovou úpravou v redakci nakladatelství.

Sazba programem $\text{\LaTeX}$: Renata Chytková

Návrh obálky: P. Dvořák, A. Trojánek

Tisk: Astera G, vydavatelství a tiskárna, Jihlava

Pořadové číslo NMU-3/08-02/58

ISBN 978-80-210-4656-6