MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ
FAKULTA
Univerzita Karlova

Průřez mechanikami – klasickou, relativistickou i kvantovou – pro fyziky i nefyziky

Jan Obdržálek

Odborná edice
MatfyzPress

PRAHA 2024

ISBN 978-80-7378-504-8

Věnováno profesoru Martinu Černohorskému
k jeho 100. narozeninám

Anotace, rada nedočkavým a poděkování

Učebnice vykládá klasickou a relativistickou mechaniku a uvádí i do mechaniky kvantové. Je určena především jako úvodní text pro studující přírodovědných oborů, ale také pro matematiky, lékaře, učitele na SŠ a vůbec pro každého, kdo potřebuje hlouběji pochopit principy. Vysvětluje základní pojmy z oborů, cituje termíny podle norem, probírá znovu podrobně látku, která se často na SŠ nestihne vysvětlit (např. stav beztíže, Coriolisovu a další „setrvačné síly“, grafický popis pohybu, relativita času), pokud možno prostředky SŠ matematiky (např. užitím grafu).

Odstavce a kapitoly označené $\hookleftarrow$ můžete přeskočit, aniž ztratíte souvislost.

Za cennou pomoc s obrázky a s grafy děkuji doc. RNDr. Jiřímu Bokovi, CSc. a odbornému konsultantovi Mgr. Radimu Kusákovi. Za definitivní formátování, odbornou i všestrannou pomoc děkuji doc. RNDr. Martinu Čížkovi, Ph.D., a zejména pak doc. RNDr. Karlu Houfkovi, Ph.D.

Děkuji všem, kdo přečetli text a upozornili na nedostatky nejrůznějšího druhu. Byli to zejména (abecedně): Bc. Tomáš Blovský, Prof. RNDr. Jiří Horáček, DrSc., RNDr. Jitka Houfková, Ph.D., RNDr. Vojtěch Kapsa, CSc., doc. RNDr. Oldřich Semerák, DrSc., Filip Strakoš, a zvláště pak RNDr. Karel Zimmermann, CSc., který rukopis zevrubně prostudoval a opakovaně korigoval; mj. jeho zásluhou ubylo mnoho (zbytečných) závorek a zmizely skoro všechny poznámky pod čarou[1] — přesunuly se do hlavního textu na vhodnější místo, případně beze škody odešly.

Last but not least děkuji velice oběma recenzentům za velmi pečlivou práci.

Za zbývající nedostatky jsem ovšem odpovědný jen já sám a uvítám, když mne na ně upozorníte, např. na mou fakultní adresu `jan.obdrzalek@mff.cuni.cz`.

[1] ☺ Tato poznámka pod čarou a jí předcházející závorky zůstaly coby odstrašující příklady.

Obsah

1 O fyzice obecně

Místní zvyklosti:

Části označené $\hookleftarrow$ můžete přeskočit, aniž ztratíte souvislost (jak ví ze str. 2 ten, kdo četl knihu řádně od počátku).

Jednotlivé kapitoly jsou psány dosti nezávisle, aby nebylo zcela nezbytné číst všechny předchozí (např. kap. 6); proto jsou občas na začátku připomenuty věci již dříve řečené.

Ve výkladu průběžně uvádíme ty anglické termíny, které se od českých výrazněji liší, třeba hybnost {*momentum*}, nebo kde by čtenář váhal: moment hybnosti {*moment of momentum*}, nebo kde bývají překladače nepřesné: anglický termín pro hmotný bod je {*mass point*}, nikoli *material point*, jak si myslí Google. Termíny prakticky stejné jsou však pro zkrácení textu značeny vlnovkou: moment síly { ˜ *of force*} namísto {*moment of force*}, anebo konstanta {˜} namísto {*constant*}; v anglickém rejstříku je však najdete uvedeny všechny, tedy i tuto *constant* 9, 32. Hranice „samozřejmosti" pro vlnovku byla ovšem vágní.

Wikipedie *anglická* (https://en.wikipedia.org), ale i *česká* (https://cs.wikipedia.org) jsou v oblasti fyziky díky povinným odkazům na literaturu a dobré práci správců (i veřejnosti!) spolehlivé — rozhodně dostatečně pro úvod do problematiky. Odkazujeme na ni u hesel a detailů, které by tu někdo snad postrádal, jiného by však nezajímaly (třeba životopisná data vědců). Zapište v příslušné jazykové verzi Wikipedie do vyhledávacího pole jméno osoby či podtržené heslo, např. $\mathbf{W}_{\text{EN}}$→<u>tide</u> nebo $\mathbf{W}_{\text{CS}}$→<u>Slapové jevy</u>.

Osoby uvádíme zpravidla jen příjmením. Jejich úplná jména se všemi křestními jmény a případnými šlechtickými přídomky najdete v rejstříku spolu s číslem stránek všech výskytů jména. Další vám o nich opět sdělí naše milá Wikipedie. (A dejte prosím pozor: u nás žil a zemřel Tycho Brahe, nikoli Tycho *de* Brahe.)

Počešťování koncových hlásek cizích vlastních jmen nebývá v literatuře jednotné, a přitom pádové koncovky jsou pro flektivní češtinu zásadní. V souladu s ÚJČ (Ústav pro jazyk český) a díky benevolenci Diraca (Dirac), Boseho (Bose) i Lagrangeově (Lagrange) jsme přilepili české koncovky k jejich jménům, a jsme vděčni např. Hookovi (Hooke), že mu není líto nečteného koncového -e, nemá-li vliv ani na výslovnost. Fonetickým odvozeninám typu lagranžián (Lagrange) se příslušní vědci také neubránili. Doporučená česká výslovnost cizích jmen je občas uvedena v hranatých závorkách: Darboux, čti [darbu], Darbouxova věta, čti [darbuova].

Termíny (např. **hmotný bod**) i jejich zkratky (**HB**) jsou při prvním výskytu, a občas i později, uvedeny tučně, vždy s odkazem v rejstříku a většinou i s termínem anglickým. Jeden *maličký* termín jsem si přimyslel v odst. 1.8.4 a používám ho zhusta; ale nebojte se: v oné kapitole se k tomu přiznávám.

Občas je v textu zařazena otázka označená **..?**; řešení je na konci kapitoly.

1.1 Fyzika coby věda

Fyzika je **věda** {*science*} **objektivní** {˜}. Snaží se proto o co nejmenší vliv **subjektu** {˜}, tj. člověka, který vědu tvoří nebo ji přijímá, a maximální vliv **objektu** {˜}, který je vědou studován.

Subjektivní přístup, pohled atd. je podstatný např. v umění. Zajímá také didaktiku fyziky.

Jako každá objektivní věda, i fyzika vytváří **pojmy** {*concept*} vhodné pro popis reality, přiřazuje jim názvy — **termíny** {*term*} a formuluje **model** {˜}; studuje vlastnosti tohoto modelu a porovnává ho s **pozorováním** {*observation*}, případně s **experimentem** {˜}. Ideálem je pak možnost na základě modelu předvídat to, co nejde měřit přímo, nebo co se stane v budoucnu, nebo co bylo v minulosti.

Fyzika zavádí a používá zejména fyzikální **veličiny** {*quantity*}; veličina popisuje takovou **vlastnost** {*property*} objektu, kterou lze vyjádřit číslem a **referencí** {˜} (tou je zpravidla fyzikální **jednotka** {*unit*}, detaily viz str. 339), a tím v principu i měřit.

Měření {*measure*} má pro fyziku obrovský význam; mj. vytváří a udržuje potřebnou objektivitu fyziky (a vědy vůbec). Viz též kap. D.3.
Galileo: Co lze změřit, máme změřit; co změřit nejde, máme převést na měřitelné.
Lord Kelvin (1906, založení IEC): Nemůžete-li to změřit, nemůžete to zlepšit.

Hlavní kritérium správnosti fyzikální teorie je koneckonců soulad teorie s pozorováním reálného světa. *Dílčí* kritéria jsou např. vnitřní logická konzistence, vyvratitelnost (viz odst. 1.8.9), občas i jednoduchost teorie (nezavádění nadbytečných pojmů, $\mathbf{W}_{\mathrm{CS}}$→Occamova břitva).

1.2 Fyzika v rámci ostatních věd

Fyzika i **technika** {*technology*} jsou **přírodní** vědy {*natural science*}, nikoli **vědy společenské** {*social* ˜} či **humanitní** {*humanities*} (o člověku a lidské společnosti, podrobněji viz $\mathbf{W}_{\mathrm{CS}}$→Společenské vědy).

Další přírodní vědy jsou např. **chemie** {*chemistry*}, **biologie** {˜}, ale i specializované: **mineralogie** {˜}, **geofyzika** {˜}, **astrofyzika** {˜}, apod.

Filosofické kategorie {˜˜}, konkrétně **příčina** {*cause*} a **důsledek** {*consequence*}, se příležitostně vyskytnou v aplikacích (např. při interpretaci prostoročasových vztahů v teorii relativity). Předmětem našich úvah však **nebudou** typické filosofické kategorie typu **vědomí** {*consciousness*}, svobodná vůle, myšlenka, víra, Bůh, smysl života či věcí, dobro, zlo, apod. Mohou se samozřejmě vyskytnout ve styčných oblastech s historií vědy, didaktikou či v **aplikované fyzice** {˜˜}.

Akce a reakce podle 3. Newtonova zákona *nemají* charakter příčiny a důsledku. Mj. začínají a končí vždy současně, reakce tedy *nenásleduje po* akci. Podrobně viz str. 79.

Předmět zájmu Fyzika zkoumá nejzákladnější **procesy** {˜} neboli **děje** v přírodě, zejména neživé (i když **biofyzika** {˜} vykládá fyzikálními metodami i chování živých objektů). Fyzika je ze všech přírodních věd nejvíce „matematizovaná“ (fakticky: axiomatizovaná, má co nejpřesněji formulované předpoklady i pracovní metody). V jistém smyslu je i „nejhlubší“ přírodní vědou: např. kvantová fyzika (pod krycím názvem **kvantová chemie** {*quantum chemistry*}) vysvětluje pojem **chemické vazby** {˜ *bond*}, který je klíčový pro chemii a který chemie jen fenomenologicky (odst. 1.8.3) postuluje z experimentu.

Existuje řada **mezních oborů** a **aplikací**: zmíněná **fyzikální chemie** {*physical chemistry*} a **biofyzika** {˜} (fyzikální základy základních projevů živých organismů), **biomechanika** {˜} (např. mechanika člověka pro balet či sport), **biofyzikální chemie** {˜}, **geofyzika** {˜}, **astrofyzika** {˜}, **meteorologie** {˜}, atd.

V historii šel velmi často ruku v ruce vývoj fyziky a **matematiky** {˜}. Newton vytvořil diferenciální počet pro popis pohybu hmotného bodu; podobně Cauchy a Riemann vybudovali teorii parciálních diferenciálních rovnic pro popis mechaniky kontinua. Fyzika využívala hotového matematického aparátu; byla to např. **teorie grup** {*group theory*}, z níž zejména **teorie reprezentací** {*group representation*} má rozsáhlé a klíčové aplikace v kvantové teorii. Také však fyzika inspirovala matematiky pro aktivitu v nových oblastech: fyziky užívaná, ale matematicky nekorektní Diracova δ-funkce vedla v matematice k **teorii distribucí** {˜}.

1.3 Fyzika klasická, relativistická, kvantová

Základní je rozdělení na

- teorie ***nerelativistické*** vs. (= versus, oproti) ***relativistické***, když se projeví, že **světelná rychlost** {*luminal speed*} $c = 299\,792\,458\,\mathrm{m/s}$ není nekonečná (zejména při vysokých vzájemných rychlostech).
  Tento novější termín je lepší než popisná **rychlost světla ve vakuu** {*speed of light in vacuum*}. Je kratší a „rýmuje“ se s **nadsvětelnou** {*superluminal*} a **podsvětelnou** {*subluminal*} rychlostí. Podle normy se značí c_0, ale toleruje se i pouhé c tam, kde nehrozí záměna s jinými rychlostmi (jako např. zde);

- teorie ***nekvantové*** vs. ***kvantové***, kdy se uplatní diskrétní struktura hmoty a energie, konkrétně to, že **Planckova konstanta** {˜} $h = 6{,}624\ldots \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$ není nulová.

Popis:	nerelativistický	relativistický
nekvantový	$c \approx \infty \quad h \approx 0$	$c < \infty \quad h \approx 0$
kvantový	$c \approx \infty \quad h > 0$	$c < \infty \quad h > 0$

Původně bylo „klasický“= „nekvantový & nerelativistický“, postupem času je stále častěji „klasický“ = „nekvantový“. ☺ Relativita už je halt pomalu klasikou…

Moderní fyzika Termín „moderní fyzika“ se užíval jako protiklad ke klasické fyzice a zahrnuje **teorii relativity** a zejména **kvantovou fyziku**.
Dámy, všimněte si, že označení „moderní“ dosud slouží pro discipliny více než století staré.

Princip korespondence {˜˜} $\mathbf{W}_{\mathrm{EN}}$→correspondence principle (poprvé r. 1920 Bohr), v jádře říká, že klasická fyzika je aproximací kvantové fyziky pro $\hbar \to 0$ (např. u modelu vodíku pro vysoká kvantová čísla; pro kvantový oscilátor viz obr. 11.8). Měl význam zejména v prvopočátcích, kdy současné teorie byly teprve „hypotézami“ a fakticky vyjadřuje kontinuitu fyziky při poznávání světa: ani převratné novinky v popisu a chápání světa nevyvracejí platnost starých osvědčených znalostí, ovšem jen ve speciálních (makroskopických) situacích. Tento princip je pravdivý i pro relativitu (při $c \to \infty$ přechází do klasické fyziky).

1.4 Výchozí představy — klasická fyzika

1.4.1 Rámec popisu

Zde uvádíme jen přehled. Podrobněji viz odst. 2.5.1.

Prostor Z geometrie využíváme **vztažnou soustavu** {*frame*}, nejraději **kartézskou** {*cartesian frame*}, s **euklidovskou metrikou** {˜}. **Prostor** {*space*} je **plochý** {*flat space*} neboli není zakřivený, čili vzdálenost dvou bodů je dána Pythagorovou větou; v **zakřiveném prostoru** {*curved space*}(str. 256) tomu tak není a vzdálenost měříme pomocí metrického tenzoru, odst. 2.3.7. Prostor popisujeme trojrozměrnou (3D) vztažnou soustavou (odst. 3.2.1).

Čas **Čas**{*time*} je jednorozměrný (1D) a plyne jen jedním směrem. Z filosofie přebíráme **princip kauzality** {˜˜}: časově dříve nastane příčina, po ní teprve důsledek. Ve vlastní fyzice se s kauzalitou pracuje hlavně v teorii relativity při interpretaci časových relací, jinak zřídka.

Prostoročas V klasické fyzice jsou prostor a čas *nezávislé* na sobě a vytvářejí *pevný rámec pro popis* přírodních dějů zajímajících fyziku. V moderních partiích fyziky tomu tak už není: ve **speciální** teorii relativity, **STR** {˜}, jsou prostor a čas svázány na **prostoročas** {*spacetime*} (4D), v **obecné teorii relativity**, **OTR**, též **GTR** {˜}, má prostoročas aktivní účast na dynamice těles: vystihuje, a tím nahrazuje dosavadní gravitaci. Vztažná soustava se rozšiřuje o čtvrtou, časovou souřadnici.

Dříve také užívaný termín **časoprostor** měl týž význam.

1.4.2 Objekt

V klasické fyzice jsou dvojí základní „stavební kameny" popisu našeho světa:

- **částice** {*particle*} korpuskulární povahy;

  (Lat. corpus = těleso, corpusculum = tělísko, částice)

- **pole** {*field*} vlnové povahy.

Tyto objekty jsou principiálně různé; částice je lokalizována na jednom místě, zatímco pole je rozložené v prostoru. Proto byl tak velký rozpor mezi korpuskulární a vlnovou teorií světla. Tento rozdíl setře *kvantová fyzika*, která jak částice, tak pole vystihuje stejným pojmem — kvantovým polem či kvantovou částicí (která je kvantem tohoto pole) a popisuje obojí vlnovou funkcí. Viz odst. 1.6 a kap. 11.

Objekty korpuskulární povahy

Těleso {*body*} je obvyklým modelem objektu. Má jistý **tvar** {*shape*} a jistou **polohu** {*position*} v prostoru (vs. objekty abstraktní, např. OSN nebo vláda ČR). Tvar se může s časem buď měnit: těleso **deformovatelné** {˜}, tvořené **kontinuem** {˜}, anebo se nemění: **tuhé těleso** {*rigid body*} (něco jiného je **pevná látka** {*solid state*}, viz dále).

Látka {*substance*} = **hmota** {*matter*} = hmotné **prostředí** {*medium*} = **materiál** {˜} jsou pro nás synonyma; termín „hmota" se užívá tam, kde je podstatná veličina **hmotnost** {*mass*}.

Hmotný bod {*mass point*}, **HB**, je těleso, jehož vlastní délkové rozměry jsou v dané úloze nepodstatné a lze ho tedy buď rovnou pokládat za bodové, nebo ho v dané úloze bodem nahradit. Jako synonymum zde zpravidla používáme kratší, jednoslovné označení **částice** {*particle*}.

Něco jiného je však „**elementární částice**“ {˜ *particle*} v kvantových teoriích.

Poloha částice v 3D prostoru je určena třemi souřadnicemi, např. kartézskými x, y, z, obecně proměnnými v čase (tedy $x(t), y(t), z(t)$). Předpokládá se, že částice má hmotnost $m \neq 0$, aby byly použitelné pohybové rovnice, např. 2. Newtonův zákon. Z praxe také známe klasické částice jen s $m > 0$. ☺Až na bublinky v šampusu!

Soustava (= **systém** {˜}) několika částic (hmotných bodů) může být též studována jako celek.

Spojité prostředí (**kontinuum** {˜}) je např. voda v moři, vs. **diskrétní soustava** {*discrete system*} (systém několika částic nebo tuhých těles), kterou tvoří např. písek a kameny na pláži.

Kontinuum pokládáme v klasické fyzice za nekonečně jemně dělitelné; moderní člověk ovšem ví, že nemůže dělit do oblastí co do délkových rozměrů srovnatelných s molekulami příslušné látky. ☺Proto taky zavádíme jeden *maličký* termín v odst. 1.8.4.

Kontinuum lze také získat abstrakcí obrácenou, když vyjdeme ze souboru částic, jejichž počet zvětšujeme a rozměry zmenšujeme tak, aby vhodné veličiny, jako je např. hustota látky, měly fyzikálně rozumnou limitu.

Vedle zmíněného tvaru a polohy v prostoru je **atributem** {˜} (= nepostradatelnou vlastností) tělesa zejména **hmotnost** m {*mass*}, případně **náboj** q {*charge*}, na úrovni elementárních částic dále **spin** $\vec{s}$ {˜} coby vlastní moment hybnosti (odst. 4.6.3) elementární částice či jejich systému.

Pole

Pole {*field*} bylo původně zavedeno k popisu sil působících **na dálku** (na rozdíl od **kontaktních** sil, které působí na bezprostřední blízkost, např. při srážce, Dodatek B). Konkrétně pro popis vzájemného působení elektricky nabitých těles bylo zavedeno $\mathbf{W}_{\mathrm{CS}}$→**elektromagnetické pole** (Maxwellovo teoretické zpracování Faradayových pokusů, a ovšem příspěvky řady dalších významných fyziků). Postupně se však elektromagnetické pole rozvinulo do samostatné kategorie; bylo mu nutno připsat nejen vlastní energii, ale i hybnost (světelné vlně) a moment hybnosti (vlně kruhově polarizované), což byly do té doby veličiny používané jen pro hmotu.

Éter

Významný, byť nakonec neúspěšný, byl pokus připsat elektromagnetickému poli mechanického nosiče, **éter**, a tím řešit nakonec i problematiku pole jako část mechaniky. Odtud pochází např. starý termín pro elektrickou indukci, totiž **elektrické posunutí** {˜ *displacement*} $\vec{D}$ éteru, které mělo nastat pod vlivem „síly“ — elektrické intenzity $\vec{E}$. Světlo by pak bylo vlněním éteru, apod.

Éter však musel mít protichůdné vlastnosti: snadno pronikat např. sklem (světlo sklem prochází bez problémů), ale přitom mít velikou tuhost (nutnou pro vysokou rychlost světla). Bezvýchodnost koncepce éteru viz odst. 10.6.7.

Klasická **teorie elektromagnetického pole** však už od počátku splňuje všechny relativistické požadavky. Je např. invariantní vůči Lorentzově a nikoli Galileově transformaci.

Dnes pokládáme elektromagnetické pole za *vlastnost prostoru.*

Vedle představy náboje jako příčiny a pole jako důsledku byly ve 20. letech 20. stol. pokusy interpretovat naopak pole jako příčinu a náboje jako důsledek — „uzlíky“ (singularity) v poli. S příchodem kvantové teorie přestaly být tyto spory důležité.
☺ Alan Watts: „Pták je jen prostředníkem k tomu, aby se vejce opět stalo vejcem.“

1.4.3 Vztahy mezi objekty

Interakce {˜} (vzájemné působení) mezi látkovými objekty se popisuje v klasické fyzice pojmem **síla** {*force*} (podrobněji viz odst. 2.5.3); jejím spojitým zobecněním je silové **pole** {*field*}, např. gravitační pole či elektromagnetické pole.
Z jazykového hlediska připomeňme, že přívlastek „*vzájemná* interakce“ je nadbytečný.

Omezení pohybu popisujeme vazbou, viz odst. 9.4.1.

1.4.4 Veličiny

Veličina {*quantity*} je **vlastnost** {*property*} **tělesa** {*body*} či **látky** {*substance*} či **jevu** {*phenomenon*} popsatelná **číslem** {*number*} a **referencí** {˜}.

Příkladem tělesa je zvon; jeho látkou je zvonovina (bronz), zkoumaným jevem je zvuk a veličinou rychlost zvuku, např. 330 m/s ve vzduchu, 4 700 m/s ve zvonovině.

Referencí je u fyzikální veličiny její **jednotka** {*unit*}, u technické veličiny **měřicí jednotka** {*measurement unit*}, **měřicí metoda** {˜}, **referenční materiál** {˜} nebo jejich kombinace, viz kap. D.2.

Příkladem fyzikální veličiny je rychlost (m/s) či hustota (kg/m^3), technickou veličinou je např. síla zemětřesení (Richterova stupnice) či tvrdost materiálu podle Brinnela.

Fyzikální rozměr veličiny

Nyní užívaná soustava veličin ISQ (International System of Quantities) a jednotek SI (Système International d'Unités) vychází ze 7 **základních veličin** {*base quantity*}: čas (rozměr: T; základní jednotka: sekunda, s), délka (L; metr, m), hmotnost (M; kilogram, kg), elektrický proud (I; ampér, A), termodynamická teplota (Θ; kelvin, K), látkové množství (N; mol, mol) a svítivost (J; kandela, cd).

Často se namísto značky rozměru: L/T, $\mathrm{M\,L^{-3}}$ ... užívá nepřesně, ale srozumitelně značka jednotky: m/s, $\mathrm{kg\,m^{-3}}$ ...

1.4.5 Měření

Měření veličiny provádíme interakcí měřeného objektu a měřicího přístroje. V klasické fyzice předpokládáme, že proces měření buď vůbec neovlivňuje měřenou veličinu (např. „bezkontaktní“ optické měření délky laserem), nebo ji ovlivňuje známým, pro daný účel „nezávadným“ způsobem, např. ozubené kolo se západkou a pružinou u mikrometru zvané „řehtačka“ omezuje a určuje tlak měřicích čelistí na měřený předmět.

V kvantové fyzice, odst. 11.3.3, však obecně *každé* měření *mění* stav měřeného objektu.

1.5 Výchozí představy — teorie relativity

U **relativity** nastává podstatná *změna názoru na prostor a čas.* Spojují se v prostoročas, takže současnost, doba trvání děje, apod. jsou závislé na vztažné soustavě, z níž děj popisujeme. Naproti tomu světelná rychlost c (str. 11) je absolutní, stejná v každé inerciální (viz odst. 4.4.4) soustavě. Speciální teorie relativity ukazuje, že celková energie E systému souvisí s jeho setrvačnou hmotností m vztahem $E = mc^2$.

1.5.1 Speciální teorie relativity

Speciální teorie relativity {˜}, STR{˜} pracuje v **plochém prostoročase** {*flat spacetime*} (tedy nezakřiveném). Zahrne vedle mechaniky i elektromagnetické pole, ale gravitací se nezabývá. V kap. 10 vysvětlíme podrobně relativistickou kinematiku a základy relativistické dynamiky, ale nikoli elektromagnetické pole; to již leží mimo mechaniku.

1.5.2 Obecná teorie relativity

Obecná teorie relativity {*general* ˜}, OTR {*GTR*} popisuje děje v nejobecnějších vztažných soustavách (odst. 3.2.1) a zahrne tak i gravitaci. Popíše ji jako vlastnost prostoročasu, totiž jeho **zakřivení** {*curvature of spacetime*}. Je matematicky velmi náročná (diferenciální geometrie v zakřivených prostorech) a zde se jí nezabýváme.

1.6 Výchozí představy — kvantová fyzika

Kvantová fyzika {˜˜}, vycházející z **kvantové mechaniky** {˜˜} a dovršená **kvantovou teorií pole** {˜ *field theory*} (též zvanou historicky **druhé kvantování** {*second quantization*}) mění podstatně *pohled na částici* (objekt doposud „korpuskulární povahy") a na *pole* (objekt doposud „vlnové povahy"). Mění se tím i představa a pojem **hmoty** {*matter*} (tedy samého *objektu*, nejenom *hmotnosti* coby jedné z mnoha vlastností kusu hmoty). V tomto odstavci podáme jen přehledovou informaci; kvantovou mechaniku zdůvodníme a přiblížíme v kap. 11.

1.6.1 Objekt

Kvantová mechanika popisuje **kvantovou částici** {˜ *particle*} **vlnovou funkcí** {*wave function*} Ψ rozprostřenou v prostoru, tedy nevázanou na jediné místo, kde by částice „měla být". Tím je vystiženo, že i typické částice (elektron, proton, ale i celé molekuly) vykazují také vlastnosti pokládané za typicky vlnové, jako třeba **interferenci** {˜}. Toto dvojaké chování kvantových částic se nazývalo **korpuskulárně vlnový dualismus**.

Vlnová funkce sama nemá bezprostřední fyzikální interpretaci, ale slouží k odvození a výpočtu všech měřitelných informací o částici, tedy fyzikálních veličin (polohy, energie apod.) které lze pak experimentálně ověřit. Systém složený z více částic však není popsán několika vlnovými funkcemi pro jednotlivé částice, ale jedinou vlnovou funkcí, která závisí na vlastnostech (např. poloze) všech částic systému. Protože stejné částice jsou experimentálně navzájem nerozlišitelné, musí také vlnová funkce takového systému splňovat určité vlastnosti (musí být symetrická nebo antisymetrická) při záměně libovolných dvou částic.

Na vyšší úrovni kvantové fyziky, na úrovni kvantové teorie pole, lze také kvantovat libovolné pole. Stavy můžou mít libovolný, i proměnný počet částic a vlnovou funkci pak chápeme jako operátor pole na abstraktním Fockově prostoru, $\mathbf{W}_{\mathrm{EN}}$→Fock space. Pole (např. elektromagnetické) si vyměňuje s okolím energii jen po jistých dávkách — kvantech (vždy po celistvém počtu fotonů), jako by bylo „zrnité".

1.6.2 Nové veličiny a vlastnosti

Vektorová veličina **síla** se nezavádí. Užívá se jen skalární **energie** systému, v níž je vzájemné působení mezi částicemi popsáno **potenciální energií**.

Spin {˜} Kvantová částice má novou, neklasickou charakteristiku zvanou **spin** $\vec{s}$. Má vektorovou povahu a chová se jako moment hybnosti (str. 83), tedy jako by se hmotná částice otáčela kolem své osy. Má-li částice navíc elektrický náboj, projevuje se pak jako magnet (má magnetický moment).

Např. kladný proton má spin, a tedy i magnetický moment. Ale má ho i navenek neutrální neutron, protože se skládá ze tří různě nabitých kvarků. Jejich náboje se navenek vyruší, ale spiny a magnetické momenty nikoliv.

Spin i jeho průmět do libovolného směru jsou kvantovány a mohou nabývat jen násobku **redukované Planckovy konstanty** $\hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 1,05 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$, a to

- celočíselného (0, 1, ...); taková částice se nazývá **boson** {˜}, čti [bozon], nebo
- poločíselného ($\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$); taková částice se nazývá **fermion** {˜}.

Běžně se říká, že např. elektron je fermion a má spin $\frac{1}{2}$; rozumí se tím, že velikost spinu je rovna $\frac{\hbar}{2}$. Spin má mj. zásadní roli pro chování systému stejných částic.

Nerozlišitelnost {**indistinguishability**} Kvantové částice nemají svou individualitu: částice téhož druhu, např. dva elektrony, jsou navzájem nerozlišitelné. Vletí-li elektron do atomu a vyrazí ven některý z jeho elektronů, nelze rozhodnout (a nemá ani smysl otázka), který ze dvou dále letících elektronů byl „ten z atomu“.

Klasickou analogií nerozlišitelnosti jsou koruny na elektronickém bankovním účtu: dostáváte-li na konto každý den jednu korunu, nemá smysl otázka, zda příští týden vybraná koruna bude pondělní či páteční. Koruny na elektronickém kontě jsou nerozlišitelné.

Podobně: jdou-li po hladině na řece proti sobě dvě rovinné vlny, nelze a nemá smysl rozlišovat, zda se vlny od sebe odrazily, nebo zda jedna prošla skrz druhou („která je která“). Vlna je abstraktní konstrukce; vlnu běžící na hladině netvoří „balík vody“, který by běžel jako celek, ale tvoří ho postupně v různých místech různé vodní částice. Je to vidět na korku na hladině; prostě vykývne nahoru a dolů, není stržen do vodorovného pohybu s vlnou. Nejde s vlnou, aby ji mohl označit. Ani obarvená kapka ve vodě není vlnou stržena.

Bosony a fermiony Nerozlišitelnost kvantových částic se projevuje tím, že při záměně proměnných dvojice stejných částic 1, 2 se vlnová funkce buď vůbec nezmění, $\Psi(1,2) = \Psi(2,1)$, nebo změní znaménko, $\Psi(1,2) = -\Psi(2,1)$. Jiná možnost nemůže nestat, viz rov. (11.127). Z kvantové teorie pole vyplyne, že první případ nastává, mají-li částice celočíselný spin, tj. pro bosony, kdežto změna znaménka je nezbytná, mají-li poločíselný spin, tj. pro fermiony. Uveďme předem, že násobení vlnové funkce číslem, jako je zde -1, nemá fyzikální důsledky.

Každá elementární částice je buď ***boson*** *{˜}, nebo* **fermion** *{˜}.*

Fermiony vytvářejí tu *hmotu*, kterou známe z klasické fyziky. Mají vlnovou funkci antisymetrickou vůči záměně dvou stejných částic, proto pro ně platí Pauliho vylučovací princip, viz dále. Dosud známé fermiony mají nenulovou klidovou hmotnost a řídí se Fermiho-Diracovou statistikou, $\mathbf{W}_{\mathrm{CS}}$→Fermiho-Diracovo rozdělení. V rámci kvantové teorie pole spolu interagují sdílením či výměnou vhodných bosonů (např. elektricky záporný elektron s elektricky kladným protonem prostřednictvím elektricky neutrálních fotonů). Fermiony mají poločíselný spin.

Bosony mají vlnovou funkci symetrickou vůči záměně dvou stejných částic. Řídí se Boseho-Einsteinovou statistikou, $\mathbf{W}_{\mathrm{CS}}$→Boseho-Einsteinovo rozdělení. Ve Standardním modelu, kap. 1.7, popisují interakci fermionů. Některé mají nulovou klidovou hmotnost, např. **foton** γ popisující elektromagnetickou interakci a **gluon** g popisující interakci **kvarků** tvořících např. neutrony a protony. (Důsledkem této interakce mj. drží pohromadě atomové jádro složené z navzájem se odpuzujících kladně nabitých protonů a neutrálních neutronů). Bozony mají celočíselný spin.

Pojem **elementární částice** {˜ *particle*} se postupně zúžil na částice uvedené dále ve Standardním modelu, kap. 1.7. ☺ Na další zúžení čekáme.

Pauliho vylučovací princip (podrobněji viz odst. 11.5.3){*Pauli exclusion principle*}

> *Dva fermiony (např. dva elektrony) nemohou být v jednom systému v tomtéž stavu.*

Pauliho princip je klíčový např. pro stavbu atomu a tím pro chemii.

Pohybová rovnice Časový vývoj vlnové funkce Ψ se řídí příslušnou pohybovou rovnicí, např. **Schrödingerovou rovnicí** pro nerelativistický elektron nebo **Diracovou rovnicí** pro elektron relativistický. Jsou to parciální diferenciální rovnice.

Veličina Každé fyzikální veličině částice (poloze $\vec{r}$, energii E, hybnosti $\vec{p}$, …) přísluší **operátor** ($\widehat{\vec{r}}, \widehat{E}, \widehat{\vec{p}}, \dots$) přiřazující jedné vlnové funkci obecně jinou funkci a zastupující tuto veličinu ve fyzikálních rovnicích. Umožňuje spočítat, jaké hodnoty veličiny můžeme naměřit v daném stavu a s jakou pravděpodobností.

Kvantování Podobně jako je kvantována hmota (např. na pohled spojitá voda je tvořena jednotlivými molekulami), kvantují se v kvantové mechanice i vlastnosti hmoty, např. energie nebo moment hybnosti. Atom vodíku tvořený elektronem a protonem navzájem se přitahujícími má povoleny jen některé stabilní stavy; ty mají zápornou energii, bereme-li nulovou hodnotu energie pro situaci, kdy jsou obě částice od sebe tak daleko, že už na sebe prakticky nepůsobí („v nekonečnu“). Při interakci atomu vodíku s okolím se energie vodíku mění, např. zářením, jen o dané rozdíly energií jednotlivých stavů, nikoli tedy spojitě. Spektrum takového záření je složeno z jednotlivých čar odpovídajících jistým frekvencím, a tím jen jistým energiím vyzařovaných fotonů.

Klasickou analogií je kompaktní pískovcová socha skládající se při podrobnějším pohledu z malých samostatných zrníček písku. Podobně ze svého konta v bance můžete vybírat hotovost jedině v celých korunách, ale nikoli třeba 2π Kč.

Kvantová teorie pole pak kvantuje i pole v klasické teorii spojité (elektromagnetické pole na fotony).

Měření je interakce objektu s měřicím přístrojem. Zabýváme se s ní v odst. 11.3.3. Zde jen dopředu uvedeme, že na rozdíl od klasické fyziky měření

- *ovlivní* měřený objekt, a to tak, že
- zcela *náhodně* vybere výsledek jako jednu z tzv. vlastních hodnot operátoru měřené veličiny a dosavadní vlnovou funkci objektu nahradí příslušnou vlastní funkcí operátoru měřené veličiny (tzv. **redukce vlnového klubka**, {*reduction of the wave packet*}, nověji **kolaps** {˜} vlnové funkce. Možné naměřené hodnoty i pravděpodobnosti, s jakými budou vybrány, jsou původní vlnovou funkcí a operátorem měřené veličiny dány jednoznačně. Blíže viz odst. 11.3.3.

Miliarda fotonů, každý s toutéž vlnovou funkcí, vytvoří po průchodu dvojicí štěrbin rozptylový obrazec typický pro klasickou vlnu. Je složený z miliardy jednotlivých bodů, dopadlých fotonů. Ale jakýkoli pokus určit pro jednotlivý vylétající foton štěrbinu, kterou proletí nebo konkrétní polohu, kam dopadne, je předem odsouzen k neúspěchu. Byly experimentálně vyvráceny tzv. **teorie skrytých parametrů** {*hidden variables*} předpokládající, že foton (nebo kterákoli jiná kvantová částice) „ve skutečnosti“ má nějakou přesnou polohu, kterou jen my nejsme zatím schopni dostatečně přesně určit, viz str. 281 a $\mathbf{W}_{\mathrm{CS}}$→**Bellova nerovnost**. Proces měření i interpretace kvantové fyziky jsou stále předmětem zájmu fyziků.

Zatímco v klasické fyzice se předpokládá možnost provést měření natolik „šetrně“, aby tato interakce znatelně neovlivnila měřený objekt, v kvantové fyzice je nutno počítat s tím, že v principu *každé* měření *změní měřený objekt.* (Jedinou výjimkou je vzápětí opakované měření téže veličiny; to už měřený objekt nezmění, ale také o něm nepřinese žádnou novou informaci.)

Klasickou analogií situace, kde i nejjemnější měření, provedené pouhým verbálním kontaktem, podstatně změní situaci měřeného systému a převede ho do některého z měřením umožněných stavů (jen s předběžnou pravděpodobností, který z nich to bude, ale s jistotou, že to bude jeden z nich) by mohla být otázka vyřčená na plese jednou osobou z tančícího páru: „Miluješ mne?“ v situaci, kdy by přicházela v úvahu jen jasná odpověď ano — ne. Je zřejmé, že měřený objekt se vůči uvedenému problému před otázkou nacházel v neurčitém stavu, který připouštěl s různými pravděpodobnostmi jednu z uvedených možností; položením otázky a odpovědí na ni se však situace mění, měřený objekt přejde (s příslušnou pravděpodobností) do jediného ze dvou přípustných stavů. Nezmění ho při event. dalším měření veličiny, která je s předchozí otázkou slučitelná (matematicky: když operátory měřených veličin komutují). Aspoň na chvíli, do další interakce a měření jiných veličin nebo měření s jinými objekty.

Interpretace kolapsu a procesu měření v kvantové teorii je jednou z dosud otevřených otázek. Původní Bohrova interpretace popisuje měření jako *náhodný* *pravděpodobnostní děj* vyvolávající *nekauzální* změnu objektu, jinou, než je běžný (kauzální) časový vývoj objektu. Novější interpretace typu Everettovy, nelokální De Brogliova-Bohmova ze str. 281 aj. daleko překračují rozsah a možnosti tohoto skrovného Průřezu mechanikami.

Heisenbergův princip neurčitosti {*uncertainty principle*} říká např., že elektron *nemá* současně jistou polohu x a jistou rychlost v (přesněji řečeno, souřadnici x a jí odpovídající složku hybnosti $p_x = mv_x$, kde m je hmotnost elektronu). Čím přesněji změříme jeho polohu, tím více rozmažeme jeho hybnost a naopak. Jsou-li příslušné neurčitosti polohy Δx a odpovídající složky hybnosti Δp_x, pak platí **relace neurčitosti**

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \tag{1.1}$$

kde $\hbar$ je redukovaná Planckova konstanta. Analogická relace platí i pro jiné dvojice veličin (veličiny kanonicky sdružené, $\mathbf{W}_{\mathrm{EN}}$→Canonical coordinates).

Není to však naše neumění (tj. že by elektron „ve skutečnosti" měl přesnou polohu i hybnost, ale my je jen neuměli dost přesně změřit). Je to záležitost principiální, daná tím, že elektron je částice kvantová, a představa klasické částice s určitou přesnou polohou a rychlostí (hybností) se pro jeho popis prostě nehodí.

☺ Zdá se vám divné, že elektron nemá současně určitou polohu i rychlost? Zénónovi se naopak zdálo divné, že letící šíp v každém okamžiku někde je (má přesnou polohu), a přitom má nějakou rychlost (pohybuje se).

Přesnou analogii relace neurčitosti máme v akustice u výšky tónu (dané kmitočtem f) a času t, konkrétně doby Δt trvání tónu. Když zkracujeme dobu trvání dejme tomu komorního a[1] s kmitočtem 440 Hz, pak při době kratší než asi tak 1/80 s, kdy už zazní jen kolem 5 kmitů, se barva tónu výrazně mění, pojem výšky tónu se rozmazává (Δf roste) a zvuk vnímáme spíš jako klepnutí než jako čistý tón, který by měl neurčitost kmitočtu nulovou ($\Delta f \to 0$ pro $\Delta t \to \infty$).

Interakce mezi fermiony — a tedy obecně mezi libovolnými částicemi tvořícími hmotu — se kvantově vykládá jako výměna příslušných bosonů coby kvantových polí příslušné interakce. Podle našich znalostí existují čtyři interakce, z nichž nejslabší, ale v makrosvětě na velké vzdálenosti prakticky jediná významná, gravitační interakce, se popisuje v obecné teorii relativity zakřivením prostoru, tedy geometricky; to bohužel velice ztěžuje snahy o její úspěšné kvantování (nelineární rovnice).

Tzv. **výměnná interakce** z kvantové chemie není skutečnou interakcí, ale jen názornou interpretací principu nerozlišitelnosti kvantových částic.

Makroskopické interakce: síla klesá se vzdáleností r jako $\frac{1}{r^2}$ („zákon převrácených čtverců"), energie jako $\frac{1}{r}$.

Mikroskopické interakce: závislost energie na vzdálenosti je jiná, typu $-r\,\mathrm{e}^{-r}$, s minimem klasicky odpovídajícím rovnovážné vzdálenosti. Energie se dále exponenciálně blíží k nule, takže pro $r > 10^{-15}$ m je interakce neměřitelně slabá. Srovnání s makroskopickými silami je proto jen velmi přibližné a je jen ilustrováno „sílou", jaká by podle jednotlivých interakcí působila mezi dvěma „dotýkajícími se" protony.

jméno interakce	„síla“	dosah	zprostředkuje	např. stabilita:
gravitační	10^{-40}	makro	??? (graviton)	sluneční soustavy
elektromagnetická	10^{-2}	makro	γ (foton)	atomu
silná	10^{+1}	mikro	g (gluon)	atom. jádra; protonu
slabá	10^{-5}	mikro	W^+, W^-, Z^0	elementárních částic

„Síla“ zde porovnává energie na vzdálenost poloměru atomového jádra ($\approx 10^{-15}$ m).

Tabulka 1.1: Elementární interakce (síly)

- Elektromagnetickou interakci zprostředkují **fotony** (s nulovou klidovou hmotností, bez náboje, vektorové, se spinem ± 1);
- slabou interakci zprostředkují **bosony W** (elektricky nabité) a **Z** (elektricky nenabitý), vektorové, s hmotnostmi 80,6 GeV/c^2 a 91,2 GeV/c^2 (tedy cca stokrát těžší než proton!);
- silnou interakci mezi kvarky zprostředkují **gluony** (s nulovou klidovou hmotností, elektricky nenabité, vektorové) popsané **kvantovou chromodynamikou** QCD, **W**$_{\mathrm{CS}}$→Kvantová chromodynamika;
- skalární, neutrální **Higgsův boson**{˜˜} s hmotností 125 GeV/c^2 a spinem 0 interaguje se všemi částicemi s nenulovou klidovou hmotností a „způsobuje“ jejich hmotnost.

Interakci **elektromagnetickou** a **slabou** {*weak* ˜} se podařilo sjednotit na interakci zvanou **elektroslabá**, **W**$_{\mathrm{CS}}$→Elektroslabá interakce, a snížit tak počet elementárních interakcí na tři (zatím). Tzv. **Velké sjednocení** {*Grand Unified Theory*}, **W**$_{\mathrm{CS}}$→Teorie velkého sjednocení, bude její spojení se silnou interakcí.

Gravitaci lze v obecné teorii relativity popsat geometrií prostoru (gravitace jako zakřivení prostoru). O její spojení se silnou a elektroslabou interakcí se snaží tzv. **W**$_{\mathrm{CS}}$→**teorie všeho** (TOE, theory of everything), **W**$_{\mathrm{CS}}$→**teorie superstrun** a j. Problémy: rovnice obecné teorie gravitace jsou výrazně nelineární, ale obvyklé postupy kvantování předpokládají rovnice lineární.

1.7 Standardní model elementárních částic

Podle současných představ jsou v tzv. **standardním modelu** {˜} základními prvky hmoty **fermiony**, a to tři generace dvojic **kvarků** {*quark*} a **leptonů** {˜}.

Žertovný název „kvarksismus-leptonismus“ nám pikantně připomínal tehdy posvátný a nedotknutelný marxismus-leninismus.

S první generací se setkáváme nejčastěji. Ke každé částici existuje i **antičástice** {*antiparticle*} s opačným nábojem, značka s pruhem nahoře: k **elektronu** {˜} **e** to je **pozitron** {˜} **ē**, k **neutrinu** {˜} ν antineutrino $\bar{\nu}$, a stejně u částic složených: k **protonu** {˜} **p** je antiproton **p̄** složený z antičástic k těm částicím, které by tvořily proton.

Tabulky shrnují k r. 2023 jejich značky, klidové hmotnosti m prostřednictvím energie ($m = E/c^2$, a to v MeV/c^2 $\sim$ 1,783 · 10^{-30} kg), náboje q (jednotkou je **elementární náboj** {˜ *charge*}, tj. náboj elektronu, ale s opačným znamínkem) a názvy. Hmotnost neutrin je nepatrná, není však nulová.

1. generace			
zn.	m	q	název
e^-	0,511	-1	elektron {˜}
ν_e	$< 10^{-6}$	0	e-neutrino {˜}

2. generace			
zn.	m	q	název
μ^-	105,67	-1	mion {*muon*}
ν_μ	< 0,17	0	μ-neutrino {˜}

3. generace			
zn.	m	q	název
τ^-	1 776,8	-1	tauon {˜}
ν_τ	< 18,2	0	τ-neutrino {˜}

Tabulka 1.2: Leptony

Kvarky se v přírodě nikdy nevyskytují samostatně, ale jen ve dvojicích nebo trojicích držených spolu **gluony** {˜} a **bosony W**, **Z** {˜}, a to vždy tak, aby výsledná „barva“ byla neutrální — „bílá“. „Barvy“ kvarků a gluonů (červená, zelená, modrá) jsou ovšem jen jména nemající s obvyklou optickou barvou nic společného.

Tím si také vysvětlujeme, proč známé částice, dříve pokládané za elementární, mají vesměs celočíselný náboj, a nikoli „třetinový“ náboj kvarků.

Nukleony {˜} (tvořící jádro atomu) a jiné **baryony** {˜} (těžší částice) jsou tvořeny trojicemi kvarků (**proton** {˜} p^+ = uud, **neutron** {˜} n = udd, Λ = uds). **Mezony** {˜} jsou tvořeny kvarkem a vhodným antikvarkem (např. pion $\pi^+ = u\bar{d}$).

1. generace			
zn.	m	q	název
u	2,2	$+2/3$	nahoru {*up*}
d	4,7	$-1/3$	dolů {*down*}

2. generace			
zn.	m	q	název
c	1 280	$+2/3$	půvabný {*charm*}
s	96	$-1/3$	podivný {*strange*}

3. generace			
zn.	m	q	název
t	173 100	$+2/3$	svrchní {*top*}
b	4 180	$-1/3$	spodní {*bottom*}

Tabulka 1.3: Kvarky

1.8 Filosofie a fyzika (informativní body)

1.8.1 Cesty rozvoje fyziky: indukce vs. dedukce

Indukce Konkrétní, jednotlivé zkušenosti zobecňujeme na výroky s obecnou platností. Jejich důsledky pak ověřujeme pozorováním, event. experimentem, abychom teorii potvrdili. (Nebo také: abychom teorii vyvrátili, pokud by pozorování bylo s ní v rozporu.)

Pro matematiky poznamenejme, že $\mathbf{W}_{\mathrm{CS}}$→matematická indukce není z filosofického hlediska indukce, ale dedukce, a to z jisté vlastnosti množiny přirozených čísel. Podrobnosti viz např. $\mathbf{W}_{\mathrm{CS}}$→Peanovy axiomy.

Příklady:

- **Johannes Kepler** z pozorování planet (které prováděl Tycho **Brahe**) induktivně odvodil své **tři Keplerovy zákony** pro pohyb planet kolem Slunce.
- Na základě pozorování pádu pozemských těles (legendární jablko) a pohybu těles „nebeských“ (Měsíc) **Isaac Newton** induktivně odvodil **Newtonův gravitační zákon** a indukcí usoudil, že v „nebeské sféře“ platí stejné zákony jako na Zemi, což byl v té době významný fyzikální i filosofický zlom.
- **Joseph J. Thomson** objevil, že katodové záření je tvořeno zápornými částicemi (elektrony) vytrženými z neutrálních atomů. Na základě indukce proto

navrhl tzv. **pudingový model atomu** {*plum pudding model*}, v němž elektrony jsou jako záporně nabité hrozinky plovoucí v kladně nabitém pudingu tvořícím atom látky, $\mathbf{W}_{\mathrm{CS}}$→Thomsonův model atomu. Protože se však kladně nabité α-částice po dopadu na látku občas odrazí do ostrého úhlu zpátky (experimentální vyvrácení představy řídkého kladného pudingu), vyslovil **Ernest Rutherford** domněnku (indukce), že i kladný náboj je v látce nikoli spojitě rozestřen, ale soustředěn do velmi malého jádra atomu, kolem kterého lehké a záporné elektrony obíhají; to je tzv. **planetární model atomu** {*Rutherford model*}, $\mathbf{W}_{\mathrm{CS}}$→Rutherfordův model atomu.

Dedukce Z daného souboru zákonů (principů, v matematice z axiomů) logicky přesně odvodíme zákon nový. (Jeho případné experimentální popření pak popírá nejen nový zákon, ale i výchozí axiomy, případně postup odvození.)

Příklad:

- Z Newtonových pohybových zákonů + Newtonova gravitačního zákona lze deduktivně odvodit Keplerovy zákony, a to v obecnějším a přesnějším tvaru, než byly formulovány indukcí z pozorování, viz Dodatek A:
  1. vedle eliptických trajektorií přibudou i trajektorie parabolické a hyperbolické (např. pro komety);
  2. v ohnisku kuželosečky je nikoli Slunce, ale těžiště (hmotný střed) systému Slunce + planeta.

1.8.2 Zdůvodnění (kauzální vs. teleologické)

Kauzální (příčinné) vysvětlení: „Děje se YY (důsledek: tady a teď), ***protože*** je XX (příčina: tady a teď)“. Příčina mohla nastat i *dříve*, má-li zkoumaný objekt paměť (která udrží informaci z minulosti až do teď), případně *jinde* (přenesl-li informaci včas vhodný signál). Není však potřeba znát *budoucnost*. Příklad se šířením světla v kap. 9.2 to osvětlí opravdu zevrubně.

- Světlo (ale také částice) se na rozhraní odráží tak, že úhel odrazu = úhel dopadu. ***Protože*** v okamžiku dopadu dopadá pod jistým úhlem, tak se v následujícím okamžiku odráží pod určeným úhlem odrazu. Podobně je tomu s lomem světla.
- Částice se pohybuje, tj. mění svou ***okamžitou polohu***, pod vlivem síly (příčina, nyní) $\vec{F}$ tak, že její zrychlení $\vec{a}$ (důsledek, nyní) je rovno $\vec{a} = \vec{F}/m$. Odtud získáme ***okamžitou polohu*** $\vec{r}$ matematicky (pomocí dvojí integrace).

Teleologické (účelové) vysvětlení: „Děje se XX (teď), ***aby*** bylo dosaženo YY (cíl, v budoucnosti)“. Okamžité chování lze tedy vysvětlit jen z úvahy sahající z minulosti i do budoucna. Chování je naplánováno dopředu ke splnění jistého cíle zasahujícího i do budoucna.

- Světlo (i částice) se pohybuje před odrazem i po něm po ***takové*** trajektorii, ***aby*** se z výchozího do cílového bodu dostalo v co nejkratším čase. Mezi všemi křivkami dává v homogenním prostředí časové minimum lomená trajektorie s úhlem odrazu stejným jako úhel dopadu.

- Částice se pohybuje během intervalu od t_i do t_f po ***takové*** trajektorii $q(t)$ a ***takovou*** rychlostí $\dot{q}(t)$, ***aby*** při dodržení zákona zachování energie byla jistá veličina (zvaná akce $\mathcal{S}$) minimální (odst. 9.7.5); ta je dána integrálem

$$\mathcal{S} = \int_{t_\mathrm{i}}^{t_\mathrm{f}} \mathcal{L}\Big(q(t), \dot{q}(t), t\Big) \mathrm{d}t \quad , \tag{1.2}$$

  kde lagranžián $\mathcal{L}$ je rozdíl kinetické a potenciální energie částice.

Vzájemný vztah Mezi kauzálním a teleologickým popisem není v rámci klasické fyziky filosofický rozpor, protože jak mechanika, tak optika jsou přísně deterministické a není v nich tedy prostor pro vlastní vůli. Oba výklady jsou ve svých důsledcích — jak fyzika ukazuje — ekvivalentní, a jak již bylo ostatně řečeno, fyzika jev svobodné vůle neuvažuje a nezkoumá.

Ve vědách zkoumajících *život* a připouštějících *vědomí* je naopak zpravidla přirozenější, výstižnější a kratší teleologické vysvětlení:

- Zvíře jde na lov, *aby* (v budoucnu) bylo syté.

- Motýli v březovém háji časem zbělají, *aby* (v budoucnu) unikli pozornosti predátorů.

Vysvětlení kauzální, bez vůle a cíle do budoucna, pouze s výčtem faktů ze současnosti a minulosti, případně ještě s použitím statistiky, zní těžkopádně a svou délkou odvádí pozornost jinam:

- Zvíře jde na lov, protože má (nyní) nepříjemný pocit hladu a protože má (z minula) v paměti uloženu zkušenost, že hlad přejde po úspěšném lovu.

- Motýli podléhají přirozenému výběru. Jejich tmavé mutace, na bílé kůře břízy lépe viditelné pozorujícím predátorem, mají nižší pravděpodobnost přežití než světlé. Proto po několika generacích výrazně převáží či úplně přežijí jen světlé mutace motýlů.

Kauzálně založený teoretický fyzik či matematik se o tom lépe poučí např. v úvodních kapitolách učebnic evoluční biologie, např. [6]. Připomeňme ještě, že:
* „tvrdý determinismus“ ($\mathbf{W}_\mathrm{CS}$→determinismus), který je víceméně samozřejmý v newtonovské mechanice, je neslučitelný s možností svobodné vůle;
∗ bez svobodné vůle člověka však nelze požadovat odpovědnost a bez odpovědnosti nelze budovat a udržovat lidskou společnost.

1.8.3 Věda fenomenologická vs. fundamentální

Zde jde o porovnání disciplin studujících tytéž jevy z různých hledisek.

Příklad: při zkoumání jevů „teplo“, „teplota“ apod. je *termodynamika* onou vědou **fenomenologickou** {˜}, tedy vycházející jen z popisu těchto **jevů** {*effect*}, lat. *phaenomenon*, a ze zkoumání jejich vzájemných vztahů. Naproti tomu *molekulová fyzika* uvedené jevy vysvětluje, tedy převádí je na jevy jiné, „primitivnější“, totiž na mechanické vlastnosti a chování molekul. Zjednodušeně řečeno, makroskopickou veličinu teplotu T vykládá jako projev střední kinetické energie molekul, hustotu ρ látky pomocí středního počtu molekul v daném objemu a tlak p na stěnu jako projev středního počtu nárazů molekul na tuto stěnu dopadajících. Je tedy vůči termodynamice vědou **fundamentální**, vycházející ze základů, lat. *fundamenta*.

Po obrovských úspěších Newtonovy mechaniky v technické praxi bylo přirozené snažit se převést všechno ostatní vědění na mechaniku příslušných nejjednodušších částí systémů (odtud máme i termín „mechanismus“, nyní přenesený na rozklad jakékoli činnosti systému na jeho dílčí části a vazby těchto částí, např.: „mechanismus šíření infekce“). Světlo pokládal Newton za částečky letící prostorem. Ale i po vzniku Huygensovy vlnové teorie světla a zavedení éteru jako toho prostředí, jehož vlnění vnímáme jako světlo, se přirozeně snažili fyzikové najít *mechanismus* světelných jevů mechanistickým výkladem éteru jako pružného prostředí. Pro všechny tyto účely se jevila tehdy newtonovská mechanika tou vědou nejfundamentálnější.

Časem se ukázalo, že mechanistická interpretace éteru má již dříve zmíněné problémy: měl být tak jemný, aby bez viditelného odporu pronikal i sklo, ale přitom nesmírně tuhý, aby světlo šířící se jako chvění éteru mělo patřičnou rychlost. Pragmatičtější bylo přijmout vedle mechanických částeček — korpuskulí (lat. *corpus* = tělo, těleso, *corpusculum* = tělísko) jako nový fundamentální pojem *pole*.

A jak asi tušíte, v kvantové fyzice je to ještě jinak. Oba dosavadní fundamenální pojmy, částice i pole, v ní popisujeme stejným pojmem, totiž **kvantovým polem**{ ˜ *field*}.

Ovšem koneckonců i v té „nejhlubší vědě“ je vždy nutné něco předpokládat, z toho vycházet a na základě toho vykládat pozorované jevy.

1.8.4 Nechte *maličkých* přijíti ke mně („kvazi-infinitezimální“)

Nejprve varování: 18 g vody (1 mol) obsahuje cca $6 \cdot 10^{23}$ molekul vody, takže i kapička 50× menší než průměr vlasu, na hranici pozorovatelnosti viditelným světlem, obsahuje pořád asi 17 500 000 000 molekul.

Nepatrné, ale konečné rozměry molekul mají zajímavý matematický i logický důsledek. V matematice můžeme pracovat s **infinitezimálními** {˜} hodnotami typu posunutí $\mathrm{d}\vec{r}$ polohy $\vec{r}$, doby $\mathrm{d}t$ pro čas t a počítat rychlost $\vec{v} = \mathrm{d}\vec{r}/\mathrm{d}t$ s následnou limitou $\mathrm{d}t \to 0$. V reálném světě se však s technikou, s měřením i s pojmem velikosti veličiny samotné zastavíme kdesi u **kvazi-infinitezimálních** {˜} velikostí veličin $\mathrm{d}\vec{r}$, $\mathrm{d}t$; podrobnosti viz odst. D.2.1 a [33].

Tyto meze jsou dané v krajním případě rozměry molekul, ale jsou občas i podstatně větší: určovat polohu rychlíku na milimetr není ani reálné (který bod rychlíku by to měl být?), ale ani potřebné.

Že to není matematicky přesné? Ale na rozdíl od matematické limity je to fyzikálně a technicky reálné, zvlášť při moderním metrologickém pojetí veličin (viz odst. D.2.3) — a o to nám tu půjde.

Dovolte mi však jako „nový termín“ uvedený v úvodu užívat pro hodnotu dQ veličiny Q slovo ***maličký*** namísto „kvazi-infinitezimální“ podle oficiální normy Electropedia [33]. Je to v řeči třikrát kratší, asi čtyřikrát méně krkolomné a znamená to přesně to, co správně tušíte i bez výkladu: hodnota tak malá, aby s ní šlo pracovat jako s diferenciálem {˜}, tj. s infinitezimální hodnotou s následnou limitou d$Q \to 0$, ale přitom hodnota tak velká, abychom nemuseli měnit model úlohy, kterou se zabýváme, např. přecházet k molekulám.

A pro jednoduchost budeme používat *maličké* hodnoty i namísto matematických **infinitezimálních**, i když je to v řeči kratší jen dvakrát.

Jak se s „*maličkými*“ pracuje a v čem se shodují s matematickými diferenciály, ukážeme detailně v odst. 4.11.1; *proč* je zavádíme a jak se o diferenciálů liší, uvidíte už na str. 52, na pojmu hustota.

1.8.5 „Co je to foton — částice nebo vlna?“

Fyzika především popisuje jevy a hledá v jevech zákonitosti. Velmi úspěšnou metodou přitom bývá **redukcionismus** {˜}. Jev popisujeme na základě modelu tím, že ho převedeme či rozložíme na souhrn jiných (jednodušších) jevů. Tak např. pohyb Země kolem Slunce převedeme s vyhovující přesností na gravitační zákon a pohybové rovnice pro dva hmotné body. (Chceme-li přesnost zvýšit, vezmeme jiný model, zahrneme další vlivy.) Redukcionismus má ovšem své meze i svá úskalí.

Vyslovíme-li otázku typu „Co je to plyn“, „Co je to hmota“, „Je foton částice nebo vlna?“, „Co je to kvark“, očekáváme úplné převedení daného objektu či jevu na objekty či jevy jednodušší. To jde celkem úspěšně u první otázky: prakticky vždycky nám stačí představa, že plyn je soubor obrovského počtu částic (molekul), které se na nejbližších vzdálenostech (menších než rozměr molekuly) silně odpuzují, na větších vzdálenostech naopak jen slabě přitahují a jsou od sebe hodně vzdáleny (řekněme 10 průměrů molekuly). U otázky na podstatu hmoty stačí fakticky jen podat výčet leptonů a kvarků a interakcí mezi nimi, i když to asi zpravidla tazatele moc neuspokojí. U třetí otázky jsou však podsunuty pouhé dva klasické modely, z nichž ani jeden nevyhovuje úplně; foton však můžeme výstižně popsat v kvantové elektrodynamice. Otázka typu „***Co je to*** kvark“ však v tomto kontextu nemá ani smysl, protože kvark není na co jednoduššího převést: „elementární částice tvořící mimo jiné protony a neutrony“. Spíš mají smysl otázky jiné: „***Jak se chová*** kvark, když …“, nebo „Co se stane s protonem (složeným ze tří kvarků), když …“.

Zjednodušující otázka typu „Co to je …“ navádí v takovém případě k elegantním, ale bezobsažným odpovědím užitím jiných vágních pojmů typu „Hmota je nesmírně zhuštěná energie“. Jenomže: Co je pak ta energie? A z čeho je ta? Jak lze tuto definici použít, co z ní lze odvodit? Lze ji vyvrátit (viz odst. 1.8.9)? Takové pseudo-odpovědi se snažte vyhnout. ☺ Alespoň nejste-li profesionální politik.

1.8.6 $E = mc^2$ aneb je hmota jen „nesmírně zhuštěná energie"?

Není. Stejně jako neusuzujeme z rovnice $s = ct$ pro dráhu s, kterou proběhlo světlo za dobu t, že by čas byl jen velice zhuštěný prostor. Ale především, m je nikoli hmota (materiál, objekt), ale hmotnost, tedy jedna z mnoha vlastností hmotného předmětu (další je třeba objem V či náboj q).

Co tedy uvedený vzorec znamená? V praxi neměříme „celou" energii systému, ale její změnu ΔE před dějem a po něm. Z Einsteinovy rovnice tedy plyne, že zvětšíme nebo zmenšíme-li energii systému o ΔE, bude mít systém také setrvačnou hmotnost o $\Delta m = \Delta E/c^2$ větší či menší a o totéž víc nebo míň bude gravitačně přitahovat jiné hmotné objekty.

1.8.7 „Fyzika je sbírka vzorečků, které stejně neplatí přesně"

To bývá jádro typických námitek studentů matematiky. Co k tomu říct?

Především to, že fyzika je spíš sbírka *idejí*; každý vzoreček je jen matematickým popisem modelu, který tu ideu více či méně vystihuje.

Proč ale aspoň ty vzorečky neplatí vždycky přesně? To je pro fyzika naopak spíš přednost. *Přesný* popis pokusu by logicky vzato musel *přesně* zahrnout všechny jevy, které se kolem pokusu vyskytují, tedy od úrovně velikosti atomů předmětu, který zkoumáme, do vzdálenosti například stopadesáti miliónů kilometrů, pokud vám do pracovny svítí Slunce.

Umění *rozumět* fyzice zahrnuje umění zjednodušit úlohu tak, abychom ji už uměli vyřešit, ale přitom aby stále vystihovala to, co nás zajímá. Není tedy přesná v matematickém slova smyslu, ale zjistí nám s dostatečnou přesností to, co skutečně potřebujeme. Vzpomeňte na to třeba v kap. 5.5.

☺ Bonmot „Teoretický fyzik je matematik, který ví, co může zanedbat" to vystihuje dobře.

1.8.8 Deterministický chaos — není to protimluv?

Není. Chaos je nepořádek, tedy nemožnost nalezení jednoduchého popisu v daném modelu. Může ale existovat model jiný, v němž popis jednoduchý je. V posloupnosti

$$x = 0,285\,714\,285\,714\,285\,714\,285\,714\,285\,714\,285\,714\,285\,714\,285\,714\,285\,714\ldots$$

vidíme ihned pravidlo: číslice se opakují ve skupině po 6 číslicích. Toto číslo také zobrazíme snadno jako podíl dvou malých celých čísel, $x = 2/7$.

Zato posloupnost číslic

$$y = 0,534\,522\,483\,824\,848\,769\,369\,106\,961\,759\,507\,043\,108\,002\,829\,682\,675\,278\ldots$$

vypadá složitěji a asi bychom ji prohlásili za chaotickou. Přesto je dána jednoduchým pravidlem: je to odmocnina předchozího čísla, $y = \sqrt{x} = \sqrt{(2/7)}$.

1.8.9 Co s rozpory

Popper vysvětluje, že teorie, která má mít smysl, musí být **vyvratitelná** neboli zpochybnitelná {*falsifiability*}, $\mathbf{W}_{\mathrm{CS}}$→**falzifikovatelnost** teorie. To znamená, že musí být možno formulovat pozorování nebo pokus, který by mohl dopadnout jinak, než teorie předpokládá. Pokud opravdu tento pokus provedeme a on dopadne jinak, pak jsme se zřejmě mýlili buď v teorii, nebo v provedení či vyhodnocení pokusu.

Teorie, že elektron není kulatý, ale dejme tomu krychlový nebo tyčinkový, by byla v principu vyvratitelná vyhodnocením směru letů částic po strážce dvou elektronů. Teorie, že elektron není úplně poznatelný, vyvratitelná není. Ale také nemá žádný rozumný přínos k poznání.

Rozpory teorie a přístup k nim:

- Rozpor teorie s praxí:

– revize měření (Tým OPERA v listopadu 2011 naměřil rychlost neutrin větší než světelná rychlost; šlo však o omyl ve vyhodnocení experimentu, jak potvrdil týž tým v r. 2012);

– revize toho, která teorie a jak byla použita (např. příliš zjednodušený model);

– revize teorie samé (rozbor Michelsonova-Morleyova pokusu vedl ke vzniku teorie relativity).

- Vnitřní rozpory a nekonzistence teorie:

  Neměly by být, ale proces poznávání je opravdu obtížný. Občas jsou známa „bolavá místa“ teorie, kde jistá pragmatická nekonzistentnost je nejjednodušším (příp. jediným) řešením. Tak v předkvantové chemii byl rozpor v chování stabilního benzenu popsaného jako vysoce nenasycený cyklohexatrien se třemi dvojnými vazbami v uhlíkovém cyklu; teprve kvantová mechanika vysvětlila jeho stabilitu pomocí úplné delokalizace π-elektronů vytvářejících tyto vazby. Podobně o historickém Bohrově modelu vodíku se žertem říkávalo, že podle něj se počítá jedním způsobem v pondělí, středu a pátek, jiným způsobem v úterý, čtvrtek a sobotu, zatímco v neděli se nepočítá.

1.8.10 Shrnutí

Víme toho na jednu stranu překvapivě mnoho, ovšem zdaleka ne ani to, co bychom dost naléhavě potřebovali. To je samozřejmě docela dobře — je to šance pro mladé fyziky, ale i pro matematiky: Nobelovovu cenu za fyziku dostal v roce 1961 matematik Mössbauer za rezonanční absorpci γ-záření a s ní spojený jev po něm nazvaný.

2 Základní matematické a fyzikální pojmy

2.1 Úvodem

Celá tato kapitola je, až na užití kalkulu a malá rozšíření, spíše přehled pojmů a termínů známých ze SŠ. Zde jsou připomenuty, případně přesně pojmenovány podle norem; klademe však důraz na fyzikální *představy*. Výklad je hlavně tam, kde v praxi bývají nejasnosti.

Pro rozšíření fyzikálních představ lze vedle standardní učebnice VŠ fyziky [8] využít i každé učebnice teoretické mechaniky ze seznamu literatury na konci.

2.2 Typické matematické pojmy v různých přístupech

2.2.1 Matematické značky (nikoli symboly)

Dle normy [26] užíváme následující značky:
přibližná rovnost: $\pi \approx 3{,}14$;
totožnost: $\frac{1}{2} \equiv 1/2$;
definice: $D := b^2 - 4ac$;
„odpovídá“: $1\,\mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 5\,\mathrm{kg}$;
funkce: $\sin, \cos, \tan, \cot, \sec, \csc$; $\arcsin, \arccos, ..$; $\sinh, \cosh, ..$; $\operatorname{arsinh}, \operatorname{arcosh}, ..$;
$\log_a$, $\ln \equiv \log_{\mathrm{e}}$, $\lg \equiv \log_{10}$, $\mathrm{lb} \equiv \log_2$; $\mathrm{Re} \equiv \Re$, $\mathrm{Im} \equiv \Im$, $\arg$, sgn.
A poznamenejme, že podle normy jde o matematické *značky* (v těsném, jednoznačném spojení s objektem), nikoli *symboly* (ve volném spojení).
Značkou {*symbol*} české měny je CZK mezinárodně, Kč v ČR.
Symbolem {*symbol*} české státnosti je (zpravidla) lev, odrůda dvojocasý.

Nenechte se strhnout angličtinou, která je zde chudší a mezi značkou a symbolem nerozlišuje. Angličtina si to vynahradí jinde, kde naopak češtině chybí jednoslovné vyjádření, např.: rychlost (mechanika){*velocity*} $\vec{v}$, rychlost (dopravní předpisy) {*speed*} $v = |\vec{v}|$, rychlost (jinde, třeba rychlost růstu krystalu) {*rate*}.

2.2.2 Proměnná, funkce, parametr, konstanta

Tyto termíny se používají ve fyzice stejně jako např. v matematické analýze.

Proměnná {*variable*} je veličina nabývající určitou **hodnotu** {*value*}, zpravidla číselnou {*numerical* ˜}, někdy logickou {*logical* ˜, *Boolean* ˜} apod. Tato hodnota se může podle okolností měnit.

Nezávislou proměnnou {*independent variable*} bývá zpravidla čas, nebo taková veličina, kterou můžeme sami v experimentu ovládat či zadávat. Je to vymezení subjektivní a závisí na struktuře pokusu. (Může to být např. velikost F síly, kterou natahujeme měřenou ocelovou pružinu.)

Závislá proměnná {*dependent variable*} je veličina, jejíž hodnota se obecně mění v závislosti na hodnotách ostatních veličin (např. délka l té natahované pružiny). Matematicky vzato je to **funkce** {˜} těchto veličin.

Parametr {˜} je veličina, zpravidla volitelná nebo nastavitelná, jejíž hodnota se během studovaného jevu nemění (např. teplota T oné natahované pružiny). Při dalším měření může však mít jinou hodnotu.

Konstanta{˜}, často **materiálová konstanta**{˜˜} je veličina za daných okolností neproměnná (např. pružnost ocele té pružiny za dané teploty).

Univerzální konstanta{˜˜} je „přírodní“ konstanta neměnící se za žádných okolností, např. světelná rychlost c, str. 11.

Konvenční konstanta je dohodou stanovená přesná hodnota veličiny. Např. Avogadrova konstanta N_A usnadňuje přechod z mikrosvěta obrovského počtu částic do makrosvěta tam, kde je podstatný *poměr* počtu jednotlivých druhů částic, spíš než počet sám. Podobně *normální tíhové zrychlení* g_n usnadňuje zápis a porovnání skutečných tíhových zrychlení v různých místech.

Invariant (vůči jisté transformaci) je veličina, která se touto transformací nemění. Např. elektrický náboj či doba děje při Galileově transformaci nebo elektrický náboj či světelná rychlost při Lorentzově transformaci.

2.2.3 Vektorová (newtonovská) mechanika

Připomeňme, že **vektorový** počet {*vector algebra*} i **infinitezimální** počet (limita, derivace, integrál — „kalkul“) {*calculus*} vznikaly a vyvíjely se souběžně s mechanikou a ve svých počátcích byly vytvořeny víceméně „na zakázku“ pro ni. Obrázky vedle textu v následujících odstavcích nám mají jen *velmi hrubě* připomenout to, co znáte zcela přesně z kalkulu v matematické analýze: derivaci a integrál (Riemannův, jednorozměrný).

6 Setrvačné (kinematické) síly

Tento výklad lze použít i na SŠ, přeskočíme-li rov. (6.3) a celý odst. 6.2; ty jen propojují problematiku na standardní VŠ přístup, ale k pochopení postupu pro SŠ nutné nejsou.

Motto:

„Setrvačné síly“ jsou jen přílepek, aby 2. Newtonův zákon platil i na kolotoči

K termínům: v hovorovém jazyce se užívá termín ***pohyb*** předmětu pro změnu jeho polohy s časem. Je fyzikálně vyjádřen jeho rychlostí $\vec{v}$; ***klid*** odpovídá $v = 0$. ***Setrvačnost*** je vlastnost tělesa vyjádřená jeho nenulovou hmotností $m > 0$; podle prvního Newtonova zákona (1NZ) lze říct, že se volná částice pohybuje setrvačností. Chybná je formulace, že se *pohybuje setrvačnou silou.* To by odpovídalo aristotelovskému pojetí, kdy je k pohybu potřeba síly, zatímco podle Newtona je síla potřebná ke *změně* pohybu. Termín setrvačná síla (nepříliš šťastný) je zaveden pro jiný, dále vysvětlený pojem.

Setrvačné síly neboli síly **fiktivní**, **zdánlivé**, nověji často zvané **kinematické**, jsou např. síla Coriolisova, unášivá, odstředivá, Eulerova. Zde vysvětlíme, že jde jen o dodatečné členy s fyzikálním rozměrem síly MLT^{-2}, tedy jednotkou $\mathrm{kg\,m\,s^{-2}} = \mathrm{N}$ (newton), doplněné proto, aby pohybové rovnice zachovaly svůj tvar, i když souřadnice, rychlosti a zrychleni budeme měřit třeba vůči rotující Zeměkouli, rozjíždějícímu se rychlíku apod., zkrátka ve vztažné soustavě *neinerciální.*

6.1 Co dělat v nenormálních situacích

6.1.1 Jak se má chovat způsobné dítě

Výchova dítěte začíná v útlém dětství v rodině. Dítko ze dozví, jak se „normálně“ správně chovat: nemá moc křičet, má slušně a věcně odpovídat na otázky, nemá lhát apod. Tato pravidla jsou celkem jednoduchá a srozumitelná, a proto i celkem pochopitelná a snadno zapamatovatelná.

6.1.2 Správné chování dítěte za nenormálních situací

Problém v životě je v tom, že ne všechny situace jsou „normální". Křičet se nemá, ale na hodného starého dědečka se křičet musí, protože nedoslýchá. Lhát se sice taky nemá, ale tetičce se neříká (dle pravdy), že je ošklivá. A vůbec, než řeknu pravdu cizímu člověku, mám uvážit, zda má vůbec *on* právo tu pravdu znát a *já* právo ji sdělit. Někdy je správnější zamlčet. Dítko záhy zjišťuje, že nenormálních situací je hodně.

Naštěstí ani v nenormálních situacích není dítě ztracené a bezradné. V podstatě stačí uvážit, co v takové situaci přebývá nebo čeho se nedostává a podle toho pak něco ubrat nebo přidat k normálnímu chování.

6.1.3 Jak se má chovat způsobná částice

Mechanika zkoumá pohyby těles: kinematika jen popisuje („Jak?"), dynamika také zdůvodňuje („Proč?"). My se pro jednoduchost omezíme na nejjednodušší těleso — částici neboli hmotný bod, tedy tělísko mající v rámci dané úlohy zanedbatelné vlastní rozměry. Jeho poloha je plně popsána jediným bodem v nějaké vztažné soustavě xyz.

Naším dítětem bude tedy *částice*. Částice je volná, když na ni nepůsobí žádné vlivy, tj. ani *síly* = interakce (např. magnetismus), ani *vazby* = omezení v pohybu (např. koleje), resp. když se všechny na ni působící vlivy navzájem dohromady vyruší a výsledná síla = výslednice je nulová: $\vec{F}_\Sigma = \vec{0}$. Volná částice v „normálních" situacích by měla dodržovat *první Newtonův zákon (1NZ)* neboli *zákon setrvačnosti*:

1NZ	*Volná částice letí přímočaře stálou rychlostí* $\vec{v}$*, nebo je v klidu* $(v = 0)$

Každou vztažnou soustavu, v níž měření ukazuje dostatečně přesně platnost 1NZ, nazýváme **inerciální** {*inertial frame*}, značíme $\mathcal{S}$; kolotoč ani brzdící rychlík to tedy není.

Účinek sil popisuje *druhý Newtonův zákon (2NZ)* neboli *zákon síly*, totiž

2NZ	*Síla* $\vec{F}_\Sigma$ *udělí částici s hmotností* M *zrychlení* $\vec{A}$*, kde* $M\vec{A} = \vec{F}_\Sigma$

Zde je $\vec{F}_\Sigma$ výslednice, a je rovna součtu $\vec{F}_{\Sigma\,\mathrm{skut}}$ všech skutečných sil na částici působících:

$$M\vec{A} = \vec{F}_\Sigma \qquad (\text{2NZ — } \textit{chceme udržet}) \tag{6.1}$$

$$\vec{F}_\Sigma = \vec{F}_{\Sigma\,\mathrm{skut}} \qquad (\text{zatím}). \tag{6.2}$$

Popravdě řečeno, Newton mluvil o tělese. My jsme skromnější — stačí nám částice, tedy hmotný bod.

6.1.4 Pohyb částice v normální situaci

Nejprve budeme provádět veškerá měření v nějaké inerciální soustavě $\mathcal{S}$ a všechny proměnné měřené v ní budeme značit velkými písmeny: $M, \vec{R}, \vec{F}, \vec{A}, \vec{V}$. Omezíme se pro jednoduchost na nejjednodušší těleso — **částici** neboli **hmotný bod**, tedy těleso, jehož vlastní rozměry jsou v dané úloze zcela zanedbatelné a jehož poloha je plně popsána jediným bodem **B**, resp. jeho polohovým vektorem $\vec{R}_{\mathbf{B}}$.

Říkáme, že částice je **volná**, když na ni nepůsobí žádné vlivy, tj. ani síly = interakce (např. magnetismus), ani vazby = omezení v pohybu (např. koleje), resp. když všechny na ni působící vlivy se navzájem dohromady vyruší. V těchto „normálních“ situacích dodržuje volná částice oba uvedené Newtonovy zákony.

6.1.5 První nenormální situace

Vedle síly je ještě jiná možnost, jak ovlivnit částici, a to je *vazba*. Vazbou nazýváme každé omezení pohybu, ať už co do polohy nebo co do směru. Příklady z technické praxe jsou třeba čepy, klouby, kladky, kolejnice. Částice podrobená vazbě ovšem už není volná. Pro jednoduchost uvažme časově neproměnné vymezení povolené trati dané např. rovnicí $f(X, Y, Z) = 0$ vymezující plochu, po níž se jedině může bod se souřadnicemi X, Y, Z pohybovat a kterou nemůže opustit. Co s tím? Jak upravit 2NZ, aby platil i nadále, když částice není volná?

Pomůžeme si trikem: naši *vazbu* nahradíme vhodnou *vazbovou silou*. Ta bude právě taková, aby sice udržela částici „na cestě pravé“, ale jinak ji nijak neovlivnila, zejména aby jí nedodávala nebo neubírala energii E. K tomu stačí, když tato vazbová síla $\vec{F}$ bude zásadně kolmá na směr pohybu částice, neboli bude mít *směr* normálový k trajektorii. *Velikost* je pak dána jednoznačně: tak „akorát“, aby částici „dotlačila“ přesně na trajektorii, ale nepřetlačila o kus dál.

Příkladem budiž táta s klukem na cestičce v parku; v pozadí bdí hlídač. Jak zaručit, aby kluk dodržel vazbu, tj. nešlapal na trávník? Stačila by klasická *vazba*, tj. tyč uprostřed křivolaké cestičky, na ní navlečený kroužek, a ten je přikován k noze kluka. Otec coby vnější vliv je pak nadbytečný. V praxi ale taková vodítka podél cest nemáme, a proto nezbývá, než aby otec fungoval jako *vazbová síla*: při pokusu kluka o vychýlení na něj zapůsobí vhodnou silou $\vec{F}_{\Sigma\,\mathrm{vazb}}$: má směr kolmo k cestičce, a velikost právě takovou, aby kluka přiměl dojít až na cestičku, ale ne dál.

(Pro VŠ:) Vazbovou sílu nahrazující vazbu formulujeme matematicky takto:

$$\vec{F}_{\Sigma\,\mathrm{vazb}} = \lambda\,\mathbf{grad}\,f \quad \text{, kde} \tag{6.3}$$

• f je známá skalární funkce popisující vazbu $f(x, y, z) = 0$;
• gradient zaručí, že síla $\vec{F}_{\Sigma\,\mathrm{vazb}}$ bude k ploše $f = 0$ kolmá;
• $\lambda(x, y, z)$ je neznámá skalární funkce; určuje velikost síly a spočte se jako další rovnice tak, aby vazba $f(x, y, z) = 0$ byla splněna pro pohyb popsaný řešením, tj. funkcemi $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$.

Tím jsme zobecnili dosavadní pojem síly: k silám skutečným jsme přidali ještě *síly vazbové* $\vec{F}_{\Sigma\,\mathrm{vazb}}$ vypočítané tak, aby nahradily jistou „nenormálnost“, totiž že částice nebyla volná:

$$\vec{F}_{\Sigma} = \vec{F}_{\Sigma\,\mathrm{skut}} + \vec{F}_{\Sigma\,\mathrm{vazb}} \qquad \text{(1. vylepšení)} \tag{6.4}$$

a i nadále platí 2NZ ve tvaru rov. (4.3), tedy

$$M\vec{A} = \vec{F}_{\Sigma} \qquad \text{(2NZ: udrželi jsme ho i s vázanou částicí!).}$$

6.1.6 Druhá nenormální situace: neinerciální soustava

Někdy však potřebujeme popis pohybu částice ve vztažné soustavě, ve které neplatí 1NZ — např. na kolotoči volně položená peněženka odletí, v brzdícím vlaku kufr z ničeho nic spadne. Takové soustavě říkáme **neinerciální**. My ji zde budeme za trest značit malou kapitálkou $\mathcal{N}$, a užijeme minuskule — malá písmena — pro vše, co vůči ní budeme měřit: polohu x, rychlost v, a j. A není to jen kolotoč: zajímá-li nás např. Foucaltovo kyvadlo nebo stáčení pasátů, musíme uvážit, že Země, na níž stojíme a vůči níž provádíme měření, se otáčí kolem své osy. Při této přesnosti proto soustava $\mathcal{N}$ spjatá se Zemí není inerciální, jenže popis „mimo Zemi“ by byl evidentně nepraktický.

Tak např. obvodová rychlost bodu stojícího na povrchu Země, která se otáčí kolem své osy, je u nás v ČR cca 300 m/s.

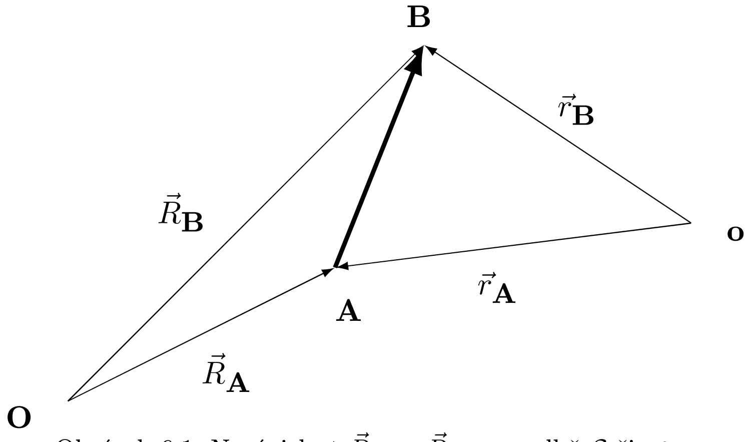
Uvažme nyní, co při novém popisu v pohybové rovnici zůstává a co se mění:

- (stejné) Hmotnost částice M je na vztažné soustavě nezávislá: $m = M$. Dále užívejme proto jen minuskuli, značku m.
- (stejné) Časy T i t plynou „stejně rychle“. Mohou sice mít navzájem posuv T_0 (host z jiného časového pásma má čas $t = T - T_0$), ale protože všude používáme jen *dobu*, tedy rozdíl dvou časových údajů: $\Delta T = T_2 - T_1$, resp. $\Delta t = t_2 - t_1$, toto T_0 se nikde neuplatní, a platí $\Delta t = \Delta T$. Užívejme proto i zde nadále jen minuskuli t.
- (stejné) Skutečné síly $\vec{F}$ popisují interakci mezi částicemi, a ta taky nezávisí na tom, zda a kdo ji odkud popisuje. Obě dynamické veličiny tedy zůstávají stejné, na volbě vztažné soustavy nezávislé: $\vec{f} = \vec{F}$.

  (Pro VŠ:) Naproti tomu rozklad vektoru do složek podle os **X**, **Y**, **Z** anebo **x**, **y**, **z** ovšem na volbě vztažné soustavy závisí, protože *vztažné trojhrany* **xyz** a **XYZ** mohou být vůči sobě natočené. Proto $\vec{f} = \vec{F}$, ale obecně $f_x \neq F_X$, $f_y \neq F_Y$ a $f_z \neq F_Z$.
- (změna) Zrychlení $\vec{A}$ je časovou změnou rychlosti $\vec{V}$ a rychlost je časovou změnou polohy $\vec{R}$. Počítáme ho z časového průběhu polohy částice jako

$$\vec{A} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}; \qquad \vec{V} = \frac{\Delta\vec{R}}{\Delta t} \qquad \text{a podobně} \qquad \vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}; \qquad \vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad . \tag{6.5}$$

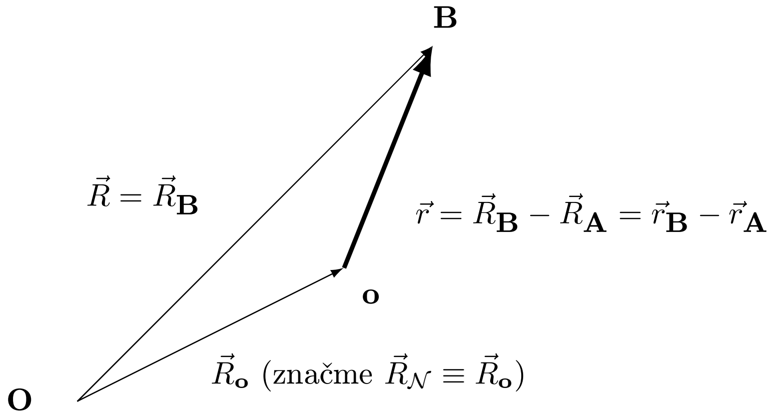
  Protože je obecně $\vec{r} \neq \vec{R}$, bude obecně i $\Delta\vec{r} \neq \Delta\vec{R}$, $\vec{v} \neq \vec{V}$, $\vec{a} \neq \vec{A}$.



Obrázek 6.1: Nezávislost $\vec{R}_{\mathbf{B}} - \vec{R}_{\mathbf{A}}$ na volbě $\mathcal{S}$ či $\mathcal{N}$.

- (náprava) Vzájemná poloha bodů **A**, **B** nezávisí na volbě vztažné soustavy: i při různých počátcích **O**, **o** je zřejmě vektor vedoucí od **A** k **B** týž: $\vec{R}_{\mathbf{B}} - \vec{R}_{\mathbf{A}} = \vec{r}_{\mathbf{B}} - \vec{r}_{\mathbf{A}}$.

  Odvodíme tedy vše nikoli pro $\vec{R}$, ale pro $\vec{R}_{\mathbf{B}} - \vec{R}_{\mathbf{A}}$, a za bod **A** vezmeme konkrétně počátek **o** neinerciální soustavy $\mathcal{N}$.



Obrázek 6.2: Přechod k neinerciální soustavě $\mathcal{N}$.

Pak je ovšem

$$\vec{r}_{\mathbf{A}} = \vec{r}_{\mathcal{N}} \equiv \vec{r}_{\mathbf{o}} = \vec{0} \quad , \quad \vec{R}_{\mathbf{A}} = \vec{R}_{\mathcal{N}} \equiv \vec{R}_{\mathbf{o}} \quad \text{a platí} \tag{6.6}$$

$$\vec{R}_{\mathbf{B}} - \vec{R}_{\mathcal{N}} = \vec{r}_{\mathbf{B}} - \vec{0} \quad \text{, čili} \tag{6.7}$$

$$\vec{R} - \vec{R}_{\mathcal{N}} = \vec{r} \tag{6.8}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left(\vec{R} - \vec{R}_{\mathcal{N}}\right) = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left(\vec{r}\right) \tag{6.9}$$

$$\vec{A} - \vec{A}_{\mathcal{N}} = \vec{a} + \vec{a}^{\,*} \quad . \tag{6.10}$$

Jak uvidíme, časová změna polohy v neinerciální soustavě NIS není zcela přímočará, protože spolu se zrychlením $\vec{A}_{\mathcal{N}}$ jejího počátku může i sama NIS s časem měnit vůči němu svou polohu — otáčet se. To vystihuje v rov. (6.10) člen $\vec{a}^*$.

Poslední rovnici (6.10) vynásobíme hmotností M, využijeme rovnosti $M = m$ a upravíme:

$$M\vec{A} + (-m\vec{A}_{\mathcal{N}} - m\vec{a}^*) = m\vec{a} \quad . \tag{6.11}$$

V inerciální soustavě $\mathcal{S}$ má pohybová rovnice (2NZ) tvar $M\vec{A} = \vec{F}_\Sigma$, kde $\vec{F}_\Sigma$ je součet všech (skutečných i vazbových) sil. My bychom tento tvar rádi zachovali i v neinerciální soustavě $\mathcal{N}$, tedy

$$\text{(rádi bychom:)} \qquad m\vec{a} = \vec{f}_\Sigma \quad .$$

Tady ale přebývá výraz $(-m\vec{A}_{\mathcal{N}} - m\vec{a}^*)$ s fyzikálním rozměrem síly; nazveme ho *setrvačnou silou*

$$\text{„setrvačná síla“:} \qquad \vec{f}_{\text{setr}} \equiv (-m\vec{A}_{\mathcal{N}} - m\vec{a}^*) \tag{6.12}$$

a při popisu v neinerciální soustavě ho vždy přidáme ke skutečným silám $\vec{F}_\Sigma$. Bude tedy

$$\vec{F}_\Sigma + \vec{f}_{\text{setr}} \;=\; \vec{F}_{\Sigma\,\text{skut}} + \vec{F}_{\Sigma\,\text{vazb}} + \vec{f}_{\text{setr}} \;=\; \vec{f}_\Sigma \qquad \text{(2. vylepšení)} \tag{6.13}$$

a s přidanou „setrvačnou silou“ platí i v neinerciální soustavě $\mathcal{N}$ pohybová rovnice

$$m\vec{a} = \vec{f}_\Sigma \qquad \text{(2NZ: udrželi jsme i v NIS!).} \tag{6.14}$$

Měřeno z neinerciální *soustavy se částice pohybuje podle 2NZ tak, jako by na ni vedle všech skutečných a vazbových sil navíc působila tzv.* setrvačná síla $\vec{f}_{\text{setr}}$ *z rov. (6.12) .*

Výraz pro zrychlení $\vec{A}_{\mathcal{N}} + \vec{a}^*$ sestává z více členů. Tyto členy mají své názvy a podle nich nazýváme i jim odpovídající dílčí setrvačné síly: *unášivá*, *odstředivá*, *Coriolisova*, *Eulerova*, viz kap. 6.2.

↩Můžeme dokonce jít ještě dále, až k obecné teorii relativity. To nejprve odvodíme pohybové rovnice v nejobecnějších křivočarých souřadnicích. Pak do nich zahrneme, že prostor a čas spolu úzce souvisejí (přes konstantní rychlost světla). Nakonec si uvědomíme, že kvůli existenci gravitace *neexistuje* žádná inerciální soustava ($\mathcal{S}_0$, tedy ani $\mathcal{S}$), protože gravitaci není čím odstínit. Ale naše nejobecnější pohybové rovnice pro svou platnost již žádnou inerciální soustavu nepotřebují, a proto platí i tak. Tím už pak ovšem nejsme v klasické mechanice, ale zvládli jsme obecnou teorii relativity. Ale o tom jinde.

6.1.7 Čtyři vysvětlující poznámky

(1) Právě zavedená setrvačná „síla“ $\vec{f}_{\text{setr}} = (-m\vec{A}_{\mathcal{N}} - m\vec{a}^{\,*})$ je zřejmě jen kinematickou, z polohy a času spočítanou berličkou, aby nám zůstal zachován 2. Newtonův zákon coby pohybová rovnice, a nepopisuje tedy žádnou skutečnou *interakci* mezi částicí a „něčím okolo“ — tělesy ani vazbami. Proto k ní *neexistuje* žádná reakce; *nelze na ni použít 3. Newtonův zákon* (zákon akce a reakce). Totéž ovšem platí i pro všechny dílčí síly, na které ji pro názornost rozkládáme. Speciálně setrvačná síla odstředivá *není* reakcí na dostředivou sílu (kap. 6.6)!

Rozmyslete si do důsledků, že „setrvačná síla“ není nikdy síla ve smyslu interakce, ale jen způsob popisu zrychlení v jiné (neinerciální) soustavě. Pokud si narazím nos, když tramvaj prudce zabrzdí, pak z hlediska (neinerciální) tramvaje mnou tlačila setrvačná síla proti stěně, a ta svou pevností (neprohnula se, neprotrhla se) mi způsobila úraz. Z hlediska mého však stěna nebyla klidná, ale pohybovala se mi vstříc, až mne udeřila. Setrvačnou sílu potřebuji „do počtu“ — pro soulad s relativním zrychlením, aby mi vyšel 2NZ při výpočtu vůči tramvaji. Ale úraz mi způsobí vždy nějaká *skutečná* síla — interakce (zde: kontaktní síla) mezi mým nosem a stěnou!

(2) Všimněte si, že důsledně říkáme, že polohu a pohyb částice *popisujeme* v inerciální nebo neinerciální soustavě, a vyhýbáme se výrokům typu *částice je* v inerciální (neinerciální) soustavě. Řečeno lehčím slohem: částice *nepřísluší* žádné vztažné soustavě, anebo přísluší stejným právem všem soustavám — jak si vyberete (asi jako muž, který je věrný všem ženám). Částice *je* (existuje) sama o sobě a je jí naprosto jedno, zda ji někdo popisuje, tím méně z jaké vztažné soustavy.

(3) Když běžně popisujeme pohyb Slunce (a celé nebeské klenby) vůči Zemi (ve vztažné soustavě spojené se Zemí), tak říkáme, že se Slunce otáčí kolem Země, a máme pravdu stejně jako zelení mužíčci na zcela jiné planetě, tvrdící, že (v jejich vztažné soustavě) se naše Slunce s celou oblohou točí kolem nich. Kolem čeho se tedy opravdu naše Slunce točí? To je jen otázka popisu, a popisů je tolik, kolik je pozorovatelů, třebaže naše Slunce je jen jediné. (Rozmyslete si krásný výrok „Sluníčko zašlo za mraky“, i když i prostý pasáček ví, že po obloze spíš plují rychleji mraky než sluníčko.)

V heliocentrické soustavě Koperníkově obíhá Země kolem Slunce, v geocentrické Ptolemaiově obíhá Slunce kolem Země. Běžná hovorová fráze „heliocentrická soustava je správná, geocentrická je nesprávná“ není pravdivá: vůbec žádná vztažná soustava není (a z principu ani nemůže být) nesprávná. Pravda je, že geocentrická soustava *není inerciální*, a proto popis pohybu, tj. kinematika ostatních planet v ní vychází složitější, a tím spíš i popis sil — dynamika. Heliocentrická soustava s počátkem v těžišti sluneční soustavy a s osami neotáčejícími se vůči „stálicím“ má k inerciální soustavě mnohem blíže a kinematika i dynamika jsou v ní podstatně jednodušší. To je vše, co se dá pravdivě říct: ale složitost a tím i „neobratnost“ neznamená nesprávnost. Můžeme s klidem, jak je nám libo, užívat kterékoli z obou soustav, anebo třeba soustav ještě divočejších (třeba soustavu spjatou s kolotočem, rozjíždějícím se na otáčející se Zemi, nebo soustavu spjatou s kývající se houpačkou). Jen se nám bude složitěji počítat…

(4) Konstatujeme-li tedy v rozjíždějící se tramvaji $\mathcal{N}$, že na nás působí setrvačná síla a tlačí nás do sedadla, pak stejně oprávněně musíme konstatovat, že na domy, koleje, stromy atd. působí v $\mathcal{N}$ tatáž setrvačná síla jako na nás. Protože však tyto objekty nemají za sebou pro opření tramvajové sedadlo, které by bylo v klidu (vůči $\mathcal{N}$ = tramvaji), neopřou se a musejí se pohybovat vůči $\mathcal{N}$ se zrychlením daným touto setrvačnou sílou, a to dozadu (opět vůči $\mathcal{N}$ = tramvaji).

Toto vše si důkladně rozmyslete. Student mívá totiž často zábrany: je ochoten počítat s odstředivou silou působící na broučka sedícího na podlaze kolotoče, ale váhá o působení setrvačných sil při popisu pohybu dravé mouchy sledující tohoto broučka a letící stále těsně nad ním, a vůbec si nepřipouští (byť stále při popisu vůči kolotoči) potřebu použít odstředivé síly pro popis vysoko nad kolotočem kroužícího kosa zaujatého broučkem i mouchou, nebo dokonce pro popis stromu stojícího opodál, z něhož vše sleduje se zájmem kosice. Chceme-li ale zkoumat fyziku z kolotoče (rozumí se: popisovat fyzikální děje z neinerciální vztažné soustavy spojené s otáčejícím se kolotočem), pak nutně zjistíme, že se např. domy na náměstí točí dokola kolem osy kolotoče. Zdůvodníme to tím, že na ně (v soustavě kolotoče) působí setrvačná síla odstředivá a Coriolisova, a to stejným právem jako na broučka, mouchu, kosa, kosici, strom, domy kolem i Slunce nad nimi všemi. Setrvačné síly jsou prostě univerzální daní odvedenou pohybovým rovnicím za to, že zůstanou platné i při popisu polohy, rychlosti a zrychlení vůči neinerciální soustavě, jakou je v tomto případě kolotoč.

6.1.8 Jak popisovat co nejvýhodněji

Pro popis dějů v neinerciální soustavě $\mathcal{N}$ jsou vhodné takové pohybové rovnice, v nichž se budou vyskytovat

- *souřadnice zkoumaných objektů* (a rychlosti i zrychlení) vyjádřené *výhradně* v neinerciální soustavě $\mathcal{N}$ (např. při výkladu toho, že na Zemi se na severní polokouli stáčejí pasáty doprava nebo že Foucaltovo kyvadlo stáčí svou rovinu kývání, popisujeme zkoumané objekty vůči Zemi, tedy v neinerciální soustavě $\mathcal{N}$ spojené se Zemí);

- a jenom *popis pohybu neinerciální soustavy* $\mathcal{N}$ (tj. pohyb jejího počátku a její případná rotace) budou vyjádřeny v soustavě inerciální $\mathcal{S}$, např. že Země $\mathcal{N}$ se kolem své osy točí od západu k východu úhlovou rychlostí $\vec{\Omega}$ (vůči „stálicím“, $\mathcal{S}$).

Všechny proměnné v rovnicích budou tedy mít značky buď malé ($\vec{a}$) a popisovat zkoumaný objekt vůči $\mathcal{N}$, nebo velké s indexem $\mathcal{N}$ ($\vec{A}_{\mathcal{N}}$, příp. $\vec{\Omega} \equiv \vec{\Omega}_{\mathcal{N}}$) a popisovat pohyb celé soustavy $\mathcal{N}$ vůči $\mathcal{S}$.

6.7 Příklady

6.7.1 Košíková na kolotoči: zvláště názorný příklad

Oblíbeným pouťovým trikem na kolotoči bývá volejbalový koš na ose: během zastavování kolotoče se vhodí mezi vozící se zákazníky volejbalový míč s tím, že každý, kdo se trefí do koše, se může vozit znovu zadarmo.

Každý to rád zkusí, přesně zamíří — ale většinou se velice mine: míč namířený na koš se v letu jaksi zahne doprava a proletí dost daleko od koše. Fyzik sedící na kolotoči si řekne: „Inu, odehnula ho Coriolisova síla spolu s odstředivou.“ Fyzik stojící na zemi vedle kolotoče si řekne: „Ten míč letí ve svislé rovině, a ne po nějaké zahnuté ploše. Ale proč s ním ten člověk míří na koš a ne doleva, když ví, že se sám pohybuje doprava?“ On totiž vidí, že házející, který míří na koš, se sám pohybuje kolmo ke směru, kterým hází. Je to stejné, jako kdyby házel z auta, které projíždí okolo rychlostí stejnou, jakou má na kolotoči házející, tedy $U = R\mathit{\Omega}$. Je-li míč vržen rychlostí $\vec{v}$ k ose, má vůči zemi rychlost W, která je vektorovým součtem těchto rychlostí: $\overrightarrow{W} = \vec{v} + \vec{U}$; rychlosti $\vec{v}$, $\vec{U}$ jsou k sobě kolmé. Po době $\tau = R/v$ proletí ve vzdálenosti $D = U\tau = RU/v$ od osy.

6.7.2 Střelba na židličce

K otáčivé židli je našroubována vzduchová pistole mířící radiálně od osy otáčení a o něco dále terč. Roztočíme-li židli, dopadnou střely jinam, než když je židle v klidu.

Pozorovatel na židli měří zakřivený let střely a vysvětlí ho Coriolisovou a odstředivou silou, působící na pohybující se střelu. Pozorovatel na zemi vidí shora přímý let střely. Vidí však, že střela má vedle své rychlosti $\vec{w}$ vůči zbrani i složku o velikosti $V = R\mathit{\Omega}$ danou tím, že se zbraň ve vzdálenosti R od osy otáčí úhlovou rychlostí $\mathit{\Omega}$, a dále že během doby letu τ se cíl posune po oblouku o středovém úhlu $\mathit{\Omega}\tau$.

K oběma popisům přistupuje ovšem ještě mírný pokles ve výšce daný volným pádem střely během letu.

6.7.3 Odklon pasátů

Předmět, který stojí na rovníku, se vůči inerciální, nerotující soustavě $\mathcal{S}$ spojené s osou Země pohybuje úctyhodnou rychlostí. Rovník (0°) má délku cca 40 000 km, Země se otočí zhruba jednou za 24 hodin (přesněji bychom měli uvažovat hvězdný den, cca 86 164 s), čili předmět má vůči $\mathcal{S}$ nadzvukovou rychlost: $V_{0^\circ} \approx 465\,\mathrm{m/s}$. Posune-li se tento předmět o 30° na sever, měl by mít pro svůj klid na Zemi rychlost nižší, a to $V_{30^\circ} = 465 \cdot \cos 30^\circ \mathrm{m/s} \approx 400\,\mathrm{m/s}$.

Pokud si tedy předmět o hmotnosti m setrvačností ponechal svých $465\,\mathrm{m/s}$, tak přesunem na sever o 30° získal slušnou rychlost $\Delta v = 65\,\mathrm{m/s}$ vůči Zemi, a také tomu odpovídající hybnost $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$ (se směrem na východ). Z hlediska Země se předmět urychlil; toto zrychlení $\vec{a}_{\mathrm{Cor}}$, stejně jako přírůstek $\Delta\vec{p}$ hybnosti, se jeví jako důsledek Coriolisovy síly $\vec{f}_{\mathrm{Cor}}$ „působící“ na točící se Zemi: $\vec{a}_{\mathrm{Cor}} = -\vec{f}_{\mathrm{Cor}}/m$.

A konkrétně k pasátům a vůbec k proudění vzduchu na naší Zemi: když se vzduch přesouvá na severní polokouli směrem od rovníku k pólu (to nastává v horních vrstvách troposféry), tak se právě popsaným mechanismem „předbíhá“ doprava (na východ). Na jižní polokouli při přesunu směrem od rovníku k jižnímu pólu se předbíhá rovněž na východ, tentokrát je to ovšem z jeho hlediska doleva. Naopak, proudí-li vzduch obráceným směrem, tedy směrem od pólů k rovníku (to pozorujeme ve spodních vrstvách atmosféry), pak „nestíhá Zemi“, zpožďuje se oproti zemskému povrchu, a tedy z hlediska svého pohybu se stáčí na západ (opět je to na severní polokouli doprava, na jižní doleva).

Obecně vzato je toto „Coriolisovo stáčení“ při pohybu předmětu na (otáčející se) Zemi tím výraznější, čím blíže jsme pólu. Na rovníku samotném se Coriolisova síla uplatní jen nepatrně — tím, že při pádu z výšky se předmět uchyluje na východ a při pohybu po rovníku směrem východním je předmět nadlehčován. Při pohybu od rovníku směrem k pólu (kterémukoliv) je ovšem přímo na rovníku Coriolisova síla nulová, protože tam je směr pohybu rovnoběžný s osou rotace Země.

6.7.4 Pád z velké výšky

Kámen padající z Eifellovy věže (ve vakuu) by padal asi 7 s a nepadl by přesně podle olovnice, ale zhruba 7 cm na východ. Proč?

- *Z hlediska Země*: na kámen působila během pádu kromě gravitace i odstředivá a Coriolisova síla.
- *Z hlediska inerciální soustavy*: vršek věže je od osy otáčení Země dál, a proto má větší posuvnou rychlost než spodek, takže fakticky nejde přesně o volný pád, ale o vodorovný vrh na východ, po rovnoběžce ve směru otáčení Země.

Občas se můžete setkat s „aristotelovským“ výkladem: během pádu se Země pod kamenem stačí trochu pootočit (jako by se kámen ve svém rotačním pohybu se Zemí v okamžiku upuštění měl náhle zastavit!). Za dobu pádu kamene se však spodek i vršek věže posunou o několik kilometrů na východ. Kdyby tedy kámen „aristotelovsky“ zapomněl obíhat kolem zemské osy, jakmile ho nedržíte, dopadl by na *obrácenou* stranu, a to s pěkně velkou odchylkou — o několik kilometrů.

6.7.5 Bombardování Paříže dalekonosným dělem

Ke konci 1. světové války postavili Němci dalekonosné $\mathbf{W}_{\mathrm{CS}}$→Pařížské dělo neboli Pařížanku k ostřelování Paříže, s 28 m dlouhou hlavní ráže 210 mm. Dělo vystřelovalo 94 kg těžký náboj počáteční rychlosti 1 600 m/s do vzdálenosti až 130 km, přičemž střela dostoupala až do stratosféry výše 40 km.

☺ Nejedná se o supertěžkou houfnici zvanou Tlustá Berta, s níž Němci v roce 1914 ostřelovali belgický Lutych, ani o Těžkou Barboru podle V+W.

Při této vzdálenosti a rychlosti se uplatnila Coriolisova síla, která (podle francouzské varianty téže stránky Wikipedie) vyvolala odchylku 1 600 m.

6.7.6 A nakonec Cimrmanovo „Tudy cesta nevede, přátelé!“

Při zájezdu do rovníkové Afriky či Equadoru se na rovníku můžete setkat s ochotnými obchodníky, kteří vám za mírný bakšiš ukážou, jak na severní polokouli se při vytékání vody z nádoby malým otvorem ve dně tvoří vír doprava, zatímco o metr dále — už na jižní polokouli — v téže nádobě vytvoří voda při vytékání vír levotočivý. Je to velice efektní. (Vy se ale o to ani nepokoušejte. Nejspíš se vám ten jejich pokus nějak nepovede zopakovat.)

Když si ale uvědomíte:

- že Coriolisovo zrychlení $2v\Omega \sin\theta$ je tam řádu 10^{-11} m/s^2 (odhad: při zemském poloměru 6 378 km a odchylce v poloze 1 m je $\sin\theta \approx 0,16 \cdot 10^{-6}$; úhlová rychlost Ω otáčející se Země je $\Omega \approx 7,3 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$ a rychlost v proudící vody je malá);
- že je značně těžké ustálit čerstvě nalitou vodu v nádobě tak, aby se ani trošinku netočila;
- že s klesající hladinou a poloměrem otáčení se původní úhlová rychlost víru v kapalině výrazně zvyšuje;
- že ta názorná spirála na dně ukazující, jak se bude voda točit, nebývá kresbou, ale reliefem, a tedy vodu při dně vede do „správného směru“;
- co dokážou nepatrné mimovolné (ba i nemimovolné) pohyby lidského těla, dané už prostě jen tepem našeho srdce, chvěním svalstva a podobně,

jmou se vás jisté pochybnosti a věrohodnosti tohoto „důkazu“ Coriolisovy síly. Docela právem.

D Fyzika a normy

D.1 K terminologii a normám

D.1.1 Přímluva za terminologii

Ani normy, ani terminologie nejsou na univerzitách zvlášť oblíbené. Tvůrčí člověk má nerad směrnice a nějaké předpisy, které ho omezují a které vymyslel někdo jiný (nejspíš „bruselští úředníci“); má taky představu, že hlavní je tomu dobře rozumět. Což je pravda.

Ale k předání své práce dál je potřeba mít aspoň podobný jazyk, a je-li lidí více, pak i jazyk musí být stejný. Slova „urychlení“ a „zrychlení“ bychom jistě intuitivně pochopili stejně, ale nedohodneme-li se, tak co s rejstříkem? A nebude v tom přece jen nějaký jemný rozdíl, třeba jako v dopravních předpisech mezi „zastavením“ a „zastavením vozidla“?

Taky by se zdálo, že lze plně přejmout terminologii třeba anglickou, podle USA; na konferencích stejně jinak než anglicky nemluvíme. Ale jak máme mluvit v ČR na základní a střední škole? A co v popularizaci? Pro obojí je u nás čeština a česká terminologie alespoň základních pojmů prostě nutná.

A když už přebereme anglický termín, jak to udělat? Máme ho

- přeložit: power play → přesilovka; ale spin → vrut?
- převzít doslova a číst anglicky dobře: laser → laser, čti [lejzr]?
- převzít i psát anglickou výslovnost: goal → gól; ale scan → skan? či sken?
- převzít zjednodušeně a číst foneticky (špatně): football → fotbal, čti [fodbal]?

Prostě — nějaká dohoda nutná je. A jmenuje se terminologie.

D.1.2 Norma $\widehat{=}$ pravopis

Pravopis představuje také normu jazyka, a má s normami společné problémy. Jazyk se sám o sobě vyvíjí. V češtině se mění výslovnost (zanikly jery a jeříky, a proto máme „strč prst skrz krk“), zjednodušuje se pravopis (fysikální theorii vytlačila fyzikální teorie), ale zanikají i jazykem popisované pojmy (léno; záští; častuška).

Podobně však i norma mění vlivem vývoje své vlastní pojetí (hodnotový a nejistotový přístup k veličině), přizpůsobuje se úzu (toleruje čtvereční namísto logičtějšího čtverečný, energetický namísto energiový (str. 35, 273), i když ve slovech sériový, sepiový atd. v češtině to -iový nevadí), vyvíjí se technika a vznikají nové objekty a pojmy (LED, GPS), ale také zanikají (děrný štítek, telegram), prostě normy respektují, že se mění i naše potřeby, co a jak vlastně máme popisovat.

Jazyk (český, anglický) a normy mají mnoho společného, včetně toho, že poslední slovo v nich mají vždy uživatelé, a nikoli nějací brusiči jazyka či normotvorci. Bere to na vědomí a respektuje jak ÚJČ — Ústav pro jazyk český, tak ČAS — Česká agentura pro standardizaci, resp. její zřizovatel ÚNMZ — Úřad pro normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví.

A konečně, v běžném hovoru tam, kde není přesného terminologického rozlišení potřeba, používáme často mnohá slova jako obecná značně volně a v nejrůznějších významech. Porovnejte např. *čas* v úslovích „měření času“, „trvá to jistý čas“, „čas odletu“, „poločas rozpadu“. Neni to ovšem chyba či nedokonalost ani norem, ani jazyka, ale projev **vrstevnatosti** jazyka. Každý lingvista vám to ochotně vysvětlí a zdůvodní.

D.1.3 Norma a zákon

Všechny normy v ČR vydávané jsou v souladu s odpovídajímí normami evropskými (CEN, CENELEC) i mezinárodními (ISO, IEC).

Jde-li o překlad např. mezinárodní normy ISO 80000-1:2009, má česká norma označení ČSN ISO 80000-1 a začíná odstavcem „Tato norma je českou verzí mezinárodní normy ISO 80000-1:2009. Překlad byl zajištěn Úřadem pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví. Má stejný status jako oficiální verze.“.

Normy jsou ve všech zemích, tedy i v ČR, z právního hlediska *doporučením*, nikoli příkazem, pokud ovšem zákon výslovně nestanoví jinak; o (ne)závaznosti české technické normy ČSN viz Zákon č. 22/1997 Sb.

Můžete je tedy klidně ignorovat a vyrábět či prodávat výrobek, který neodpovídá normě, ale je otázka pro vás, jak dalece bude konkurenceschopný. A dopustíte se ovšem podvodu, jakmile pak o svém výrobku prohlásíte, že normám odpovídá. Dále, jsou oblasti, kde nějaký právní předpis (ČR, EU či té které země) na normu odkazuje, a to buď výlučně (jako povinnost), nebo indikativně (jako jednu z možností, jak předpis dodržet). Pak je ovšem potřeba dodržet zákon.

Konkrétně, Mezinárodní soustava jednotek SI je takto doporučena (nikoli přikázána), a to např. i v GB i USA. V praxi tam tedy sice měří na stopy {*foot*}, ale ta je podle $\mathbf{W}_{\mathrm{EN}}$→International Yard and Pound Agreement of 1959 definována jako 0,304 8 m přesně a libra {*pound (avoirdepois)*} jako 0,453 592 37 kg přesně.

☺ Podle soukromého sdělení kanadského kolegy — fyzika se u nich v porodnicích zapisuje váha narozeného dítěte v gramech, ale mamince to pak přeloží do liber, aby tomu rozuměla.

Podotkněme, že normy IEC připouštějí jako desetinný oddělovač obojí — desetinnou čárku (např. ve frankofonních zemích, v Německu i j.) nebo tečku (např. v anglofonních), ovšem s doporučením užívat v rámci jedné práce jen jeden z nich.

D.2 Fyzikální veličina a její hodnota (i *maličká* = kvazi-infinitezimální)

D.2.1 *Maličká* (kvazi-infinitezimální) hodnota

Jak asi tušíte, normy nemívají ni kouska něhy, ni poezie. Takže namísto našeho libého termínu **maličký** zavádějí, jak jsme podotkli na str. 28, třikrát delší a asi čtyřikrát krkolomnější termín **kvazi-infinitezimální** {*quasi-infinitesimal*}, viz Elektropedie {˜} [33] (http://www.electropedia.org/), IEV 121-11-06, a to v úplně stejném smyslu. Citujeme:

quasi-infinitesimal, adj

for a system of elementary entities distributed in space, qualifies the length, the area, or the volume of an element of space, all the geometrical dimensions of which are small compared with those of the system under consideration but sufficiently large for the element of space to contain a large number of elementary entities; qualifies also an extensive quantity when summed for all elementary entities within such an element of space

Note 1 - The elementary entities can be, for example, elementary particles, molecules, ions, charge carriers, or macroscopic entities such as solid particles or droplets.

Note 2 - An extensive quantity (IEV 112-01-06), such as mass, electric charge, or resistance, is additive for disjointed parts of a system. An intensive quantity (IEV 112-01-05), such as mass density, electric charge density, or resistivity, is determinable at any point of a system.

Note 3 - The concept can be used to define intensive quantities by the quotient of two quasi-infinitesimal quantities related to the same element of space. Examples are volumic electric charge (IEV 121-11-07) and electric current density (IEV 121-11-11).

Note 4 - The term "quasi-infinitesimal" is used to distinguish this concept from that of infinitesimal in the mathematical sense.

Zde v rámci klasické makroskopické fyziky, s přihlédnutím k výše uvedenému nejistotovému pojetí hodnoty veličiny, zpravidla stačí uvědomit si, že např. takovou *maličkou* kuličku hliníkového prachu, která má poloměr dr rovný čtvrt mikrometru, neuvidíme ani nejlepším optickým mikroskopem. Má objem dV asi 6,5 setin mikrometru krychlového, hmotnost dm asi 177 femtogramu, tedy hustota vyjde $\rho = \mathrm{d}m/\mathrm{d}V = 2\,700\,\mathrm{kg/m^3}$. Z makroskopického hlediska je tato kulička bezpochyby „*maličká*“, bez nutnosti dalšího přibližování se nule. Přitom ji však tvoří stále nějakých $N = 390\,000\,000$ atomů. Taková „*maličká*“ kulička tedy ideji kvazi-infinitezimální velikosti vyhovuje výborně pro všechny praktické úlohy.

Ale jde to i jinak: např. ve stavebnictví se používá pěnový polystyren složený zhruba z 2 % polystyrenu a 98 % vzduchu. Zde „*maličký*“ vzorek potřebný pro stanovení hustoty $\rho = \Delta m/\Delta V$ bude mít rozumný objem třeba $\Delta V = 1\,\mathrm{cm^3}$. Kdybychom volili velikost jako v předchozím případě, dostali bychom pro hustotu hodnoty měnící se skokem v rozmezí tří řádů na hranici každé bublinky, tedy výsledek v praxi nepoužitelný.

D.2.2 Pojem veličiny ve fyzice a technice

Norma IEV (Elektropedie, přístupná na http://www.electropedia.org/) definuje **veličinu** {*quantity*}, IEV 112-01-01, jako takovou **vlastnost** {*property*} objektu, která má **velikost** {*magnitude*}, nebo přesněji (slovo „velikost“ i angl. „magnitude“ je přece jen hodně široké a vícevýznamové) takovou **hodnotu veličiny** {*quantity value*}, IEV 112-01-28), která je vyjádřitelná **číslem** {*number*} a **referencí** {˜}.

Objektem může být podle odst. 1.4.4

jev {*phenomenon*} (např. zvuk),

těleso {*body*} (např. skleněná tabule),

materiál {*substance*} (např. měď).

Číslo {*number*} zde uvedené se nazývá *číselná hodnota veličiny.* Může být i komplexní — je to běžné i v elektrotechnice u střídavých veličin, i v kvantové fyzice.

Reference {*reference*} je buď *jednotka* (u obvyklých fyzikálních veličin), např. m/s, anebo u tzv. technických veličin určení *měřicího postupu*, např. tvrdost podle Rockwella C se zátěží 150 kg, značka HRC(150 kg).
☺ Rozlišujte „měřicí“ = určený k měření, od „měřící“ = ten, který právě měří. Podobně odlišujeme čtecí, řídicí, kropicí, spojovací od čtoucí, řídící, kropící, spojující atp.

D.2.3 Pojetí hodnoty veličiny v metrologii: chyba vs. nejistota

Pojetí chybové (starší)

Podle dřívějšího pojetí (VIM 2) se předpokládalo, že pro konkrétní objekt, třeba pro tento list papíru, má konkrétní veličina, např. jeho tloušťka l_0, jistou zcela ***přesnou***, ale ***neznámou hodnotu*** (např. $l_0 = 0{,}117\,827\,654\,376\ldots$ mm). Měříme-li ji, dostaneme vždy nějakou náhodnou hodnotu jinou (např. $l = 0{,}11\,\mathrm{mm}$), nejspíše blízkou, ale vždy zatíženou principiálně neznámou ***chybou*** (v tomto případě je tedy chyba $\Delta l = l_0 - l = 0{,}007\,827\,654\,376\ldots$ mm).

Pozorujeme-li ovšem tento papír pod mikroskopem (neřkuli s uvážením molekulární stavby látky), jeví se vyšší desetinná místa číselné hodnoty jeho tloušťky absurdní — zde dejme tomu už za třetím platným místem.

Pojetí nejistotové (novější)

Novější pojetí (VIM 3) je jiné: předpokládá nové metrologické pojetí hodnoty veličiny, a to pomocí **intervalu** {˜} **hodnot**, přičemž *libovolná* hodnota uvnitř tohoto intervalu může stejně dobře sloužit jako hodnota této veličiny pro daný účel. Délka tohoto intervalu se nazývá **nejistota** {*uncertainty*} údaje (nikoli tedy chyba).

Hodnota tloušťky papíru tedy může být např. $l_0 = 0{,}14(3)$ mm; tento zápis detailně vysvětlíme v odst. D.4.1. Znamená to libovolné číslo mezi 0,11 mm až 0,17 mm, nejistota je 0,03 mm. Jako tloušťku papíru lze pak stejně dobře použít např. hodnotu $l_1 = 0{,}12$ mm, ale také $l_2 = 0{,}166\,66\ldots$ mm nebo libovolnou jinou hodnotu v daném rozmezí.

Porovnání

Nejistotové pojetí je sice složitější (jako ostatně příroda sama), ale mnohem realističtější. Uvažme také, proč se užívá termín nejistota {*uncertainty*} hodnoty, a nikoli chyba {*error*} hodnoty. Chybou je zatíženo měření, ale nikoli hodnota veličiny sama.

☺ Příroda chyby opravdu nedělá. To za ni obstaráváme my, lidé, svými teoriemi a měřeními, když se přírodě snažíme svým popisem přiblížit.

V této době je v návrhu (CD = committee draft) nová verze (VIM 4), ale ještě dnes (2024-01-03) není hotova. Nejistotové pojetí zůstává, detaily (např. čísla odkazů) se ovšem mohou lišit.

D.3 Měření — základní pojmy

D.3.1 Základní termíny ze statistiky

Připomeňme několik základních termínů pro naše potřeby podle normy [33], 103-08. Statistika jako disciplína je ovšem mnohem širší.

Pravděpodobnost {*probability*} p je reálné číslo $0 \leq p \leq 1$ přiřazené náhodné (třeba i jen zdánlivě náhodné) události a kvantitativně vyjadřující, jak pravděpodobný je výskyt této události. Pravděpodobnost se může vztahovat k dlouhodobé četnosti výskytu nebo ke stupni přesvědčení, že událost nastane. Hodnotou $p = 0$ značíme událost, která určitě nenastane a hodnotou $p = 1$ naopak událost, která určitě nastane.

Náhodná veličina {*random variable*} je veličina, která může nabývat libovolné hodnoty z určitého souboru hodnot a pro kterou je ke každé izolované hodnotě nebo ke každému intervalu hodnot přiřazena pravděpodobnost.

Rozdělení pravděpodobnosti {*probability distribution*} je funkce udávající pravděpodobnost, že náhodná veličina nabývá dané hodnoty nebo patří do dané množiny hodnot. Konkrétně:

Rozdělovací funkce, distribuční funkce {˜˜} je funkce F argumentu x udávající pravděpodobnost $F(x)$, že hodnota ξ náhodné veličiny bude menší nebo rovna hodnotě x, tj. pravděpodobnost, že $\xi \leq x$ (viz [33], 103-08-08).

Hustota pravděpodobnosti {*probability density*} je derivace $f(x) = \frac{\mathrm{d}F(x)}{\mathrm{d}x}$ rozdělovací funkce (viz [33], 103-08-09).

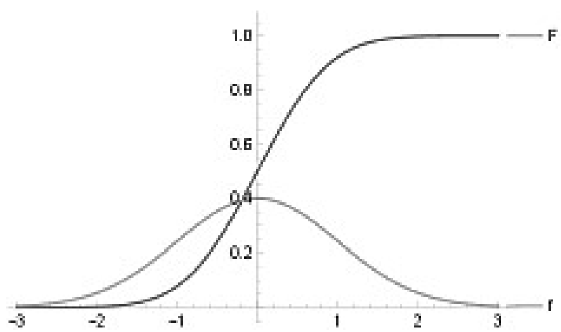
Normální (Gaussovo) rozdělení {*normal distribution*} je zvláště oblíbené rozdělení, a to v přírodě i v technické praxi. Je popsáno hustotou pravděpodobnosti

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \text{, resp.} \tag{D.1}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-x^2/2} \quad \text{pro } \mu = 0, \sigma = 1, \tag{D.2}$$

kde parametr μ je průměr (a je roven mediánu i modu), σ^2 variance, σ standardní odchylka. Podle **centrální limitní věty** {˜ *theorem*} se jím řídí např. rozdělení v situaci, kdy měření podléhá velkému množství malých nezávislých náhodných vlivů; proto se mu občas říká **zákon chyb**.

☺ Jestliže na silnici z daného mraveniště vyjde podél silnice na obě strany veliký počet mravenců a každý si po každém kroku hodí mincí, jestli půjde podél silnice dál nebo zpátky, bude po nějaké chvíli jejich rozložení na silnici dáno tímto rozdělením.



Obrázek D.1: Normální rozdělení ($\mu = 0$, $\sigma = 1$)